

บทที่ 2 คณิตศาสตร์ของผลตอบแทนการลงทุน

วัตถุประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทนี้ ผู้อ่านควรสามารถ

1. อธิบายความหมายของผลตอบแทนและแยกผลตอบแทนจากการเปลี่ยนแปลงราคา กระแสเงินสด และต้นทุนได้
2. คำนวณและเชื่อมโยง *simple return*, *log return*, *holding-period return* และผลตอบแทนสะสมหลายงวดได้อย่างถูกต้อง
3. แปลงผลตอบแทนระหว่างช่วงเวลาและแยกความแตกต่างระหว่างอัตราในนาม อัตราที่เป็นผล และผลตอบแทนที่ทำให้เป็นรายปีได้
4. คำนวณและเปรียบเทียบ Bank Discount Yield (BDY), Holding Period Yield (HPY), Money Market Yield (MMY) และ Effective Annual Yield (EAY)
5. คำนวณ Money-Weighted Return (MWR/IRR), Modified Dietz Return และ Time-Weighted Return (TWR) พร้อมเลือกใช้ตามวัตถุประสงค์ได้
6. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตกับค่าเฉลี่ยเรขาคณิต และอธิบายผลของการทบต้นและ volatility drag ได้
7. ปรับผลตอบแทนด้วยเงินเพื่อ อัตราแลกเปลี่ยน ค่าธรรมเนียม ภาษี และต้นทุนธุรกรรมได้อย่างถูกต้อง
8. เตรียมข้อมูลราคา ปรับ corporate actions และสร้างเมทริกซ์ผลตอบแทนสำหรับใช้ในการวิเคราะห์ความเสี่ยงและทฤษฎีพอร์ตได้
9. เลือกมาตรวัดผลตอบแทนให้สอดคล้องกับคำถามของเจ้าของเงิน ผู้จัดการพอร์ต และงานวิเคราะห์เชิงปริมาณ โดยไม่สับสนระหว่าง gross/net, nominal/real และ local/base-currency return
10. ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลตอบแทนจากข้อมูลจริง โดยพิจารณาเวลาอ้างอิง corporate actions ต้นทุน และ data lineage ก่อนนำผลไปใช้ตัดสินใจ

2.1 บทนำ: จากราคาไปสู่ผลตอบแทน

บทที่ 1 วางกรอบว่าการตัดสินใจลงทุนต้องพิจารณาผลตอบแทน ความเสี่ยง และสภาพคล่องร่วมกัน บทนี้พัฒนาแกนผลตอบแทนให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์ที่สามารถใช้เปรียบเทียบสินทรัพย์ ช่วงเวลา และกลยุทธ์การลงทุนได้อย่างสอดคล้อง

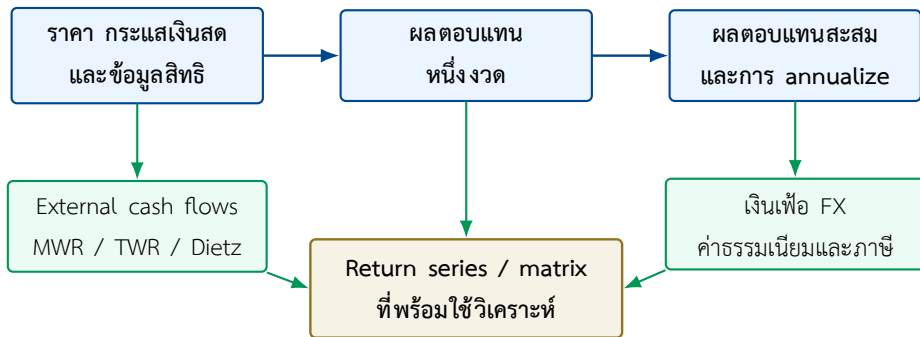
การเปลี่ยนแปลงของราคาเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอสำหรับวัดผลตอบแทน เพราะผู้ลงทุนอาจได้รับเงินปันผล coupon ดอกเบี้ย หรือกระแสเงินสดอื่นระหว่างถือครอง นอกจากนี้ ผลตอบแทนร้อยละเดียวกันอาจมีความหมายต่างกันเมื่อช่วงเวลา วิธีทบต้น กระแสเงินสดภายนอก ค่าเงิน เงินเฟ้อ และต้นทุนแตกต่างกัน

ดังนั้น ก่อนคำนวณผลตอบแทนควรตอบคำถามอย่างน้อยสี่ข้อ ได้แก่ วัดผลตอบแทนของอะไร ในช่วงเวลาใด รวมกระแสเงินสดและต้นทุนใดบ้าง และ ต้องการใช้ผลตอบแทนนั้นตอบคำถามใด

ในเชิงเศรษฐศาสตร์ ผลตอบแทนคือการเปลี่ยน “มูลค่าที่ถือครอง” ให้เป็นอัตราการเติบโตที่เปรียบเทียบข้ามสินทรัพย์ได้ แต่ในเชิงข้อมูล ผลตอบแทนเป็น ตัวแปรที่สร้างขึ้น จากราคา กระแสเงินสด เวลา และกติกากการปรับข้อมูล จึงไม่มีคำว่า “return” ที่เป็นสากลโดยไม่ระบุ convention ตัวอย่างเช่น price return กับ total return ตอบคำถามต่างกัน และ adjusted close จากผู้ให้ข้อมูลคนละรายอาจมีวิธีรวมเงินปันผลหรือ corporate actions ต่างกัน [59]

กรอบตรวจสอบก่อนคำนวณผลตอบแทน

ก่อนใช้สูตรใด ควรกำหนดให้ชัดเจน 5 เรื่อง ได้แก่ (1) หน่วยลงทุน วัดหลักทรัพย์ พอร์ต หรือบัญชี (2) ช่วงเวลา เช่น วัน เดือน หรือปี (3) กระแสเงินสด รวมเงินปันผล coupon และเงินฝากถอนหรือไม่ (4) มุมมองผู้ใช้ เจ้าของเงินหรือผู้จัดการพอร์ต และ (5) ฐานเศรษฐกิจ gross/net, nominal/real และสกุลเงินใด การตอบห้าข้อนี้ก่อนคำนวณช่วยลดข้อผิดพลาดมากกว่าการเลือกสูตรที่ซับซ้อนขึ้น



รูปที่ 2.1: เส้นทางจากข้อมูลราคาและกระแสเงินสดสู่ชุดผลตอบแทนที่พร้อมใช้ในการวิเคราะห์ โดยแยกการทบต้น กระแสเงินสดภายนอก และการปรับฐานเศรษฐกิจออกจากกันอย่างชัดเจน

2.2 ผลตอบแทนหนึ่งงวดและองค์ประกอบของผลตอบแทน

ให้ P_{t-1} เป็นราคาสินทรัพย์ต้นงวด P_t เป็นราคาปลายงวด และ D_t เป็นกระแสเงินสดที่ผู้ลงทุนได้รับระหว่างงวด เช่น เงินปันผลหรือคูปอง โดยในขั้นแรกยังไม่หักภาษีและต้นทุนธุรกรรม

ตัวหาร P_{t-1} มีความหมายสำคัญ เพราะทำให้กำไรหรือขาดทุนถูกวัดเทียบกับเงินทุนที่ต้องใช้เพื่อถือสินทรัพย์ ณ ต้นงวด จึงสามารถเปรียบเทียบการลงทุนที่มีระดับราคาแตกต่างกันได้ สำหรับหุ้น D_t มักเป็นเงินปันผล สำหรับตราสารหนี้อาจเป็นคูปอง ส่วนสินทรัพย์ที่ไม่มีการจ่ายกระแสเงินสดระหว่างงวดจะมี $D_t = 0$

บทนิยาม 2.1

อัตราผลตอบแทนรวมหนึ่งงวด (total simple return) นิยามโดย

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}}$$

หาก $D_t = 0$ จะได้ผลตอบแทนจากราคา

$$R_t^{(P)} = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$$

ผลตอบแทนรวมสามารถแยกเป็น

$$R_t = \underbrace{\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}}_{\text{capital gain/loss yield}} + \underbrace{\frac{D_t}{P_{t-1}}}_{\text{income yield}}$$

การแยกองค์ประกอบดังกล่าวช่วยให้เห็นว่า สินทรัพย์ที่มีผลตอบแทนรวมเท่ากันอาจสร้างผลตอบแทนจากคนละแหล่ง เช่น หุ้นเติบโตอาจมีสัดส่วน capital gain สูง ขณะที่หุ้นปันผลหรือตราสารหนี้อาจมี income component สูงกว่า

ในทางปฏิบัติ การแยกแหล่งผลตอบแทนช่วยตอบคำถามที่ “total return” เพียงตัวเดียวตอบไม่ได้ เช่น ผลตอบแทนเกิดจากกระแสเงินสดที่ค่อนข้างสม่ำเสมอ หรือเกิดจากการเปลี่ยน valuation ของราคาเป็นหลัก ความแตกต่างนี้มีผลต่อการคาดการณ์กระแสเงินสด การวางแผนสภาพคล่อง และการประเมินความยั่งยืนของผลตอบแทน

ตัวอย่าง 2.1. นักลงทุนซื้อหุ้นที่ราคา 50 บาท ได้รับเงินปันผล 1.50 บาท และขายปลายงวดที่ 54 บาท จะได้

$$R = \frac{54 - 50 + 1.50}{50} = 0.11 = 11\%$$

โดย capital gain yield เท่ากับ 8% และ dividend yield เท่ากับ 3%

ข้อสังเกต

ตัวอย่างนี้ให้ total return เท่ากับ 11% แต่หากผู้ลงทุนต้องใช้กระแสเงินสดเพื่อดำรงชีพ ส่วน 3% จากเงินปันผลมีความหมายต่างจากกำไรจากราคาที่ยังไม่ได้ขาย ในทางกลับกัน หากเป้าหมายคือการเติบโตของความมั่งคั่งระยะยาว ทั้งสององค์ประกอบควรถูกรวมภายใต้ total-return convention เดียวกัน

2.2.1 ผลตอบแทนสุทธิหลังต้นทุนธุรกรรม

ให้ TC_t แทนต้นทุนธุรกรรมทั้งหมดที่เป็นจำนวนเงินในงวด t เช่น ค่านายหน้า ค่าธรรมเนียม spread โดยประมาณ และ market impact ผลตอบแทนสุทธิอย่างง่ายเขียนได้เป็น

ในการใช้งานจริง TC_t ควรมองเป็นผลรวมของต้นทุนหลายส่วน เช่น $TC_t = C_{\text{commission}} + C_{\text{fee}} + C_{\text{spread}} + C_{\text{impact}} + C_{\text{other}}$ โดยสองส่วนแรกมักประมาณได้จากตารางค่าธรรมเนียม ขณะที่ spread และ market impact ขึ้นกับสภาพคล่อง ขนาดคำสั่ง และช่วงเวลาซื้อขาย จึงไม่ควรใช้ค่าคงที่เดียวกับทุกหลักทรัพย์โดยอัตโนมัติ

$$R_t^{\text{net}} = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t - TC_t}{P_{t-1}}$$

ถ้าต้นทุนถูกกำหนดเป็นสัดส่วนของเงินลงทุนต้นงวด $c_t = TC_t / P_{t-1}$ จะได้

$$R_t^{\text{net}} = R_t^{\text{gross}} - c_t$$

ในงาน backtesting การรายงานเฉพาะ gross return สามารถทำให้กลยุทธ์ที่มี turnover สูงดูน่าสนใจกว่าความเป็นจริง จึงควรระบุสมมติฐานด้าน transaction cost และ slippage ก่อนตีความผลลัพธ์ [69]

งานเชิงประจักษ์ของผู้เขียนเกี่ยวกับการ backtest กลยุทธ์บนหุ้น SET50 ย้ำว่าการเปรียบเทียบกลยุทธ์ควรทำภายใต้สมมติฐานการซื้อขายที่ระบุได้และทดสอบความทนทาน ไม่ใช่อาศัยผลตอบแทนจากสัญญาณก่อนต้นทุนเพียงอย่างเดียว [69]

จาก gross signal สู่ผลตอบแทนที่นำไปใช้ได้

สำหรับกลยุทธ์ที่ซื้อขายถี่ ให้ตรวจอย่างน้อย turnover, bid-ask spread, fee, slippage, market impact และภาษี แล้วทำ sensitivity analysis ของต้นทุน หากกลยุทธ์เสียความได้เปรียบเมื่อเพิ่มต้นทุนเพียงเล็กน้อย แสดงว่าผลลัพธ์อาจเปราะบางต่อการนำไปใช้จริง

ประเด็นที่ต้องระวัง

ผลตอบแทนก่อนต้นทุนและผลตอบแทนสุทธิต้องไม่ใช่สลับกันโดยไม่ระบุ รวมทั้ง benchmark และกลยุทธ์ควรถูกวัดภายใต้ convention ที่เทียบกันได้ เช่น ทั้งสองฝ่ายใช้ total return หรือ price return ในฐานเดียวกัน

2.3 Simple Return และ Log Return

2.3.1 Simple Return และ Wealth Relative

บทนิยาม 2.2

ถ้า R_t เป็น simple return ปริมาณ

$$G_t = 1 + R_t$$

เรียกว่า **gross return** หรือ **wealth relative** เพราะเงินหนึ่งหน่วยต้นงวดจะกลายเป็น G_t หน่วยปลายงวดเมื่อไม่มีกระแสเงินสดภายนอก

ถ้าเริ่มด้วยความมั่งคั่ง W_{t-1} จะได้

$$W_t = W_{t-1}(1 + R_t)$$

ดังนั้น simple return ทำงานกับความมั่งคั่งผ่านการคูณ wealth relatives ไม่ใช่การบวกอัตราผลตอบแทนข้ามเวลาโดยตรง

ข้อเท็จจริงนี้เป็นเหตุผลว่าทำไมผลตอบแทน $+20\%$ แล้ว -20% จึงไม่หักล้างกัน เงิน 100 เพิ่มขึ้นเป็น 120 แล้วลดลง 20% ของ 120 เหลือ 96 การคิดผลตอบแทนหลายงวดจึงต้องติดตาม **ฐานความมั่งคั่งที่เปลี่ยนไปทุกงวด**

2.3.2 Log Return

เมื่อใช้ชุดราคาที่สะท้อน corporate actions และกระแสเงินสดตาม convention ที่เหมาะสม สามารถนิยาม log return ได้ดังนี้

บทนิยาม 2.3

ผลตอบแทนลอการิทึม (log return หรือ continuously compounded return) คือ

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

ถ้า $R_t = P_t/P_{t-1} - 1$ เป็น simple price return จะมี

$$r_t = \ln(1 + R_t) \quad \text{และ} \quad R_t = e^{r_t} - 1$$

log return มีสมบัติเด่นคือบวกข้ามเวลาได้ แต่ไม่ควรนำ log return ของสินทรัพย์หลายชนิดมาถ่วงน้ำหนัก แล้วตีความเป็น log return ของพอร์ตโดยอัตโนมัติ เพราะผลตอบแทนพอร์ตหนึ่งงวดถูกกำหนดจาก simple returns และน้ำหนักต้นงวด [13]

เมื่อ $|R_t|$ มีขนาดเล็ก ใช้อนุกรมเทย์เลอร์ได้ว่า

$$r_t = \ln(1 + R_t) = R_t - \frac{R_t^2}{2} + \frac{R_t^3}{3} - \dots$$

จึงมี $r_t \approx R_t$ สำหรับผลตอบแทนเล็ก ๆ แต่ความแตกต่างเพิ่มขึ้นเมื่อผลตอบแทนมีขนาดใหญ่ โดยเฉพาะในช่วงตลาดผันผวน [13, 59]

ควรใช้ simple หรือ log return เมื่อใด

ใช้ **simple return** เมื่อต้องการคำนวณผลตอบแทนพอร์ต ความมั่งคั่งจริง หรือรายงานผลการลงทุน ส่วน **log return** สะดวกต่อการรวมผลตอบแทนตามเวลาและการสร้างแบบจำลองทางสถิติหลายประเภท แต่ก่อนสื่อสารผลเชิงเศรษฐกิจควรแปลงกลับเป็น simple return เมื่อจำเป็น

ทฤษฎีบท 2.1

ให้ $R_1, \dots, R_T > -1$ และ $r_t = \ln(1 + R_t)$ จะได้

$$1 + R_{0:T} = \prod_{t=1}^T (1 + R_t)$$

และ

$$r_{0:T} = \sum_{t=1}^T r_t = \ln(1 + R_{0:T})$$

พิสูจน์. จาก

$$P_t = P_{t-1}(1 + R_t)$$

ทำซ้ำตั้งแต่ $t = 1$ ถึง T จะได้

$$P_T = P_0 \prod_{t=1}^T (1 + R_t)$$

จึงได้ความสัมพันธ์ของ simple return สะสม

สำหรับ log return ใช้สมบัติของลอการิทึม

$$\ln\left(\frac{P_T}{P_0}\right) = \ln\left(\prod_{t=1}^T \frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \sum_{t=1}^T \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

□

ตัวอย่าง 2.2. หากผลตอบแทนสองงวดเท่ากับ $+20\%$ และ -20% ผลตอบแทนสะสมแบบ simple คือ

$$(1.20)(0.80) - 1 = -0.04 = -4\%$$

แม้ผลบวกของผลตอบแทนสองงวดจะเท่ากับศูนย์

ในรูป log return จะได้

$$\ln(1.20) + \ln(0.80) = \ln(0.96) \approx -0.04082$$

และเมื่อนำกลับเป็น simple return

$$e^{-0.04082} - 1 \approx -4\%$$

ข้อสังเกต

simple return มีขอบเขตล่าง $R \geq -1$ สำหรับสินทรัพย์ที่ราคาปลายงวดไม่ติดลบ ส่วน log return ต้องมี wealth relative เป็นบวกและจะเข้าใกล้ $-\infty$ เมื่อ wealth relative เข้าใกล้ศูนย์

2.4 ผลตอบแทนสะสม Holding-Period Return และการทำให้เป็นรายปี

2.4.1 Holding-Period Return

ให้ P_0 เป็นมูลค่าเริ่มต้น P_T เป็นมูลค่าปลายช่วง และ D เป็นกระแสเงินสดรวมที่ผู้ลงทุนได้รับระหว่างถือครอง

บทนิยาม 2.4

Holding-Period Return (HPR) ตลอดช่วงถือครองคือ

$$R_{\text{HPR}} = \frac{P_T - P_0 + D}{P_0}$$

ถ้าช่วงถือครองแบ่งเป็นหลายงวดโดยไม่มี external cash flow และผลตอบแทนแต่ละงวดสะท้อนกระแสเงินสดอย่างสอดคล้อง จะได้

$$1 + R_{\text{HPR}} = \prod_{t=1}^T (1 + R_t)$$

HPR ตอบคำถามว่า “เงินหนึ่งก้อนเติบโตเท่าใดตลอดช่วงที่ถือ” จึงเหมาะกับการวัดประสิทธิภาพการถือสินทรัพย์ตั้งแต่ต้นจนจบ แต่ยังไม่ทำให้ช่วงเวลาที่ต่างกันเปรียบเทียบกันได้โดยตรง การเปรียบเทียบจึงมักต้องแปลงเป็นอัตราต่อปีภายใต้ convention เดียวกัน

2.4.2 การทำให้เป็นรายปีแบบทบต้น

ถ้า R_h เป็นผลตอบแทนตลอดช่วงยาว h ปี อัตราที่เป็นผลต่อปีซึ่งให้ wealth endpoint เดียวกันคือ

Annualized Effective Return

$$R_{\text{ann}} = (1 + R_h)^{1/h} - 1$$

ถ้าช่วงถือครองยาว d วันและกำหนดฐานปีเป็น Y วัน

$$R_{\text{ann}} = (1 + R_d)^{Y/d} - 1$$

การเลือก $Y = 365, 360$ หรือ day-count convention อื่นต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์และมาตรฐานของตราสาร

ตัวอย่าง 2.3. หากผลตอบแทน 240 วันเท่ากับ 9% และใช้ 365 วันต่อปี จะได้

$$R_{\text{ann}} = (1.09)^{365/240} - 1 \approx 14.0\%$$

ผลลัพธ์นี้ต่างจากการคูณ $9\% \times 365/240$ เพราะ annualized effective return รักษาความเทียบเท่าของ

การทบต้น

ประเด็นที่ต้องระวัง

การ annualize เป็นการ “แปลงหน่วยเวลา” ไม่ใช่การพยากรณ์ว่าผลตอบแทนเดิมจะเกิดซ้ำตลอดปี โดยเฉพาะผลตอบแทนจากช่วงสั้นมาก การยกกำลังเพื่อ annualize สามารถสร้างตัวเลขสูงหรือต่ำมากและทำให้ผู้ใช้เข้าใจผิดได้ จึงควรรายงานช่วงข้อมูลจริงควบคู่กัน

2.4.3 อัตราในนามและอัตราที่เป็นผล

ถ้า $j^{(m)}$ เป็นอัตราในนามต่อปีที่คิดทบต้นปีละ m ครั้ง อัตราที่เป็นผลต่อปีคือ [62]

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{j^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

ในทางกลับกัน

$$j^{(m)} = m \left[(1 + i_{\text{eff}})^{1/m} - 1\right]$$

สองอัตรานี้อาจมีตัวเลขต่างกันทั้งที่อธิบายกระแสเงินสดเดียวกัน เพราะ nominal rate ระบุอัตราต่อปีพร้อมความถี่การทบต้น ขณะที่ effective annual rate สรุปผลของการทบต้นทั้งหมดให้เหลือการเติบโตจริงหนึ่งปี การเปรียบเทียบผลิตภัณฑ์จึงควรแปลงให้อยู่บนฐาน effective เดียวกันก่อน

ตัวอย่าง 2.4. อัตราในนาม 6% ต่อปี คิดทบต้นรายเดือน ให้

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{0.06}{12}\right)^{12} - 1 \approx 0.061678 = 6.1678\%$$

2.5 อัตราผลตอบแทนในตลาดเงิน

ตราสารตลาดเงินมีธรรมเนียมการเสนอราคาแตกต่างกัน การเปรียบเทียบผลตอบแทนจึงต้องตรวจทั้ง **ฐานเงินลงทุน** **ฐานวัน** และ **สมมติฐานการทบต้น**

ความแตกต่างระหว่าง BDY, HPY, MMY และ EAY ไม่ได้แปลว่าตราสารมีผลตอบแทนทางเศรษฐกิจหลายค่า แต่เกิดจาก **วิธี quote คนละแบบ** ทั้งตัวหาร จำนวนวันต่อปี และการทบต้น ดังนั้นตราสารเดียวกัน ณ ราคา

เดียวกันสามารถรายงาน yield หลายตัวเลขได้โดยไม่ขัดแย้งกัน

กำหนดให้ F เป็นมูลค่าที่ตราไว้ P เป็นราคาซื้อ C เป็นมูลค่าไถ่ถอน D เป็นดอกเบี้ยหรือกระแสเงินสดระหว่างถือครอง และ d เป็นจำนวนวันจนถึงวันไถ่ถอน

2.5.1 Bank Discount Yield

บทนิยาม 2.5

สำหรับตราสารส่วนลดที่ไถ่ถอนที่ F อัตราผลตอบแทนส่วนลดธนาคารนิยามเป็น

$$r_{\text{BDY}} = \frac{F - P}{F} \frac{360}{d}$$

BDY ใช้มูลค่าที่ตราไว้ F เป็นฐานและ annualize แบบเส้นตรงด้วย 360 วัน จึงเป็น quote convention มากกว่าผลตอบแทนที่เป็นผลจริงของเงินลงทุน

ตัวอย่าง 2.5. ตราสารมีมูลค่าที่ตราไว้ 10,000 บาท ราคาซื้อ 9,800 บาท และเหลืออายุ 120 วัน

$$r_{\text{BDY}} = \frac{10,000 - 9,800}{10,000} \frac{360}{120} = 0.06 = 6\%$$

2.5.2 Holding Period Yield

สำหรับตราสารที่ซื้อที่ราคา P ไถ่ถอนที่ C และได้รับกระแสเงินสดระหว่างถือครอง D

$$r_{\text{HPY}} = \frac{C - P + D}{P}$$

HPY เป็นผลตอบแทนตลอดช่วงถือครองและยังไม่ได้ annualize

ตัวอย่าง 2.6. ตราสารซื้อที่ 9,800 บาท ไถ่ถอนที่ 10,000 บาทในอีก 120 วัน และได้รับดอกเบี้ยระหว่างช่วง 98.63 บาท

$$r_{\text{HPY}} = \frac{10,000 - 9,800 + 98.63}{9,800} \approx 0.03047 = 3.047\%$$

2.5.3 Money Market Yield

บทนิยาม 2.6

การ annualize HPY แบบเส้นตรงด้วยฐาน 360 วันให้

$$r_{\text{MMY}} = r_{\text{HPY}} \frac{360}{d}$$

สำหรับตราสารส่วนลดที่ $C = F$ และ $D = 0$

$$r_{\text{MMY}} = \frac{F - P}{P} \frac{360}{d}$$

สำหรับตราสารส่วนลดเดียวกัน

$$r_{\text{MMY}} = r_{\text{BDY}} \frac{F}{P}$$

และเพราะ

$$P = F \left(1 - r_{\text{BDY}} \frac{d}{360} \right)$$

จึงได้

การแปลง BDY เป็น MMY

$$r_{\text{MMY}} = \frac{360 r_{\text{BDY}}}{360 - d r_{\text{BDY}}}$$

เมื่อ $P < F$ จะได้ $r_{\text{MMY}} > r_{\text{BDY}}$ สำหรับตราสารและช่วงเวลาเดียวกัน

2.5.4 Effective Annual Yield

บทนิยาม 2.7

ถ้า r_{HPY} เป็นผลตอบแทนในช่วง d วัน และใช้ 365 วันต่อปี

$$r_{\text{EAY}} = (1 + r_{\text{HPY}})^{365/d} - 1$$

ตัวอย่าง 2.7. ตราสารซื้อที่ 9,500 บาท ไถ่ถอนที่ 10,000 บาทในอีก 240 วัน และได้รับดอกเบี้ย 400 บาท

$$r_{\text{HPY}} = \frac{10,000 - 9,500 + 400}{9,500} = 0.0947368$$

ดังนั้น

$$r_{\text{EAY}} = (1.0947368)^{365/240} - 1 \approx 0.14758 = 14.758\%$$

ตารางที่ 2.1: เปรียบเทียบมาตรฐานวัดผลตอบแทนตลาดเงิน

มาตรวัด	ฐานเงินลงทุน	การ annualize	ข้อสังเกต
BDY	มูลค่าที่ตราไว้ F	360 วัน แบบเส้นตรง	quote convention ของตราสารส่วนลด
HPY	ราคาซื้อ P	ไม่ annualize	ผลตอบแทนตลอดช่วงถือครอง
MMY	ราคาซื้อ P	360 วัน แบบเส้นตรง	เปลี่ยน HPY เป็น money-market basis
EAY	ราคาซื้อ P	โดยทั่วไป 365 วัน แบบทบต้น	ใช้ เปรียบ เทียบ อัตรา ที่ เป็น ผล ต่อ ปี เมื่อ convention สอดคล้อง

ขั้นตอนเปรียบเทียบตราสารตลาดเงินจริง

ให้เริ่มจาก cash flow จริงและราคาที่จ่าย แล้วคำนวณ HPY เป็นฐาน จากนั้นจึงแปลงเป็น MMY หรือ EAY ตามวัตถุประสงค์ วิธีนี้ช่วยป้องกันการเลือกตราสารเพียงเพราะตัวเลข quote สูงกว่า ทั้งที่เกิดจาก denominator หรือ day-count ที่ต่างกัน

ประเด็นที่ต้องระวัง

คำว่า yield, return, discount rate, money-market rate และ effective annual rate ไม่ใช่คำพ้องกัน การเปรียบเทียบตราสารต้องทำให้ฐานเงินลงทุน day-count และสมมติฐานการทบต้นสอดคล้องกันก่อน

2.6 ค่าเฉลี่ยผลตอบแทนและผลของการทบต้น

2.6.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

สำหรับ $R_1, \dots, R_T$

$$\bar{R}_A = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเหมาะกับการสรุปผลตอบแทนเฉลี่ยหนึ่งงวดและเป็นตัวประมาณพื้นฐานของ expected one-period return ภายใต้สมมติฐานที่เหมาะสม แต่ไม่ใช่อัตราคงที่ที่สร้างความมั่งคั่งปลายทางเท่ากับข้อมูลจริงหลายงวด

ดังนั้น arithmetic mean เหมาะกับคำถามเชิง “งวดถัดไปโดยเฉลี่ย” มากกว่าคำถามว่าเงินเติบโตจริงกี่เปอร์เซ็นต์ต่อปีตลอดหลายงวด หากนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตไปใช้เป็น CAGR โดยตรงจะมองข้ามผลของการทบต้นและความผันผวน

2.6.2 ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต

บทนิยาม 2.8

ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของผลตอบแทน T งวดคือ

$$\bar{R}_G = \left[\prod_{t=1}^T (1 + R_t) \right]^{1/T} - 1$$

ซึ่งเป็นอัตราคงที่ต่อหนึ่งงวดที่ให้ wealth factor สอดคล้องกับข้อมูลจริง

ทฤษฎีบท 2.2

ถ้า $R_t > -1$ ทุกงวด

$$\bar{R}_G \leq \bar{R}_A$$

และเกิดเท่ากันก็ต่อเมื่อ

$$R_1 = \dots = R_T$$

พิสูจน์. ใช้สมการค่าเฉลี่ยเลขคณิต-เรขาคณิตกับจำนวนบวก $1 + R_1, \dots, 1 + R_T$

$$\left[\prod_{t=1}^T (1 + R_t) \right]^{1/T} \leq \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (1 + R_t) = 1 + \bar{R}_A$$

หักหนึ่งทั้งสองข้างจะได้ผลลัพธ์ □

ตัวอย่าง 2.8. ผลตอบแทนสองปีเท่ากับ $+20\%$ และ -20% มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 0% แต่

$$\bar{R}_G = \sqrt{1.2(0.8)} - 1 = \sqrt{0.96} - 1 \approx -2.02\%$$

จึงเห็นว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่รักษา wealth endpoint

ข้อสังเกต

สำหรับผลตอบแทนที่ไม่รุนแรงมากและมีการกระจายค่อนข้างสม่ำเสมอ ความสัมพันธ์เชิงประมาทที่ใช้สร้าง intuition คือ “geometric growth ต่ำกว่า arithmetic mean เมื่อความผันผวนสูงขึ้น” แนวคิดนี้ไม่ใช่สูตร exact ทัวไป แต่ช่วยอธิบายว่าการควบคุมความผันผวนมีผลต่อการเติบโตของความมั่งคั่งระยะยาว

2.6.3 Volatility Drag

การสูญเสียและการฟื้นตัวไม่สมมาตรในหน่วยร้อยละ ถ้าขาดทุน L โดย $0 < L < 1$ ผลตอบแทนที่ต้องได้ในงวดถัดไปเพื่อกลับสู่ทุนเดิมคือ

$$G = \frac{1}{1 - L} - 1 = \frac{L}{1 - L}$$

ตัวอย่างเช่น หากลงทุน 50% ต้องได้กำไร 100% จึงกลับสู่ทุนเดิม ประเด็นนี้เป็นสะพานไปสู่การวัดความผันผวนในบทที่ 3

ในทางปฏิบัติ volatility drag อธิบายได้ว่าทำไมกลยุทธ์สองกลยุทธ์ที่มี arithmetic mean ใกล้เคียงกันอาจสร้าง wealth endpoint ต่างกันมาก หากเส้นทางผลตอบแทนมีความผันผวนต่างกัน จึงควรดูทั้งค่าเฉลี่ย ความผันผวน และ cumulative wealth ร่วมกัน

2.7 Money-Weighted Return, IRR และ Modified Dietz

เมื่อมีการเติมหรือถอนเงินระหว่างช่วงลงทุน ประสิทธิภาพผลตอบแทนของเจ้าของเงินขึ้นกับทั้งผลการลงทุนและจังหวะของ external cash flows

นี่เป็นจุดที่ต้องแยก “ผลตอบแทนของเงินของผู้ลงทุน” ออกจาก “ผลตอบแทนของกลยุทธ์หรือผู้จัดการพอร์ต” เพราะเงินจำนวนมากที่ถูกเติมก่อนช่วงตลาดลงสามารถทำให้ MWR ต่ำ แม้ผู้จัดการจะสร้าง TWR เท่ากับ benchmark ในทางกลับกัน การเติมเงินก่อนช่วงตลาดขึ้นอาจทำให้ MWR สูงกว่าผลงานเชิงทักษะของผู้จัดการ [4, 14]

2.7.1 Money-Weighted Return และ IRR

ให้ V_0 เป็นมูลค่าพอร์ตเริ่มต้น V_T เป็นมูลค่าพอร์ตปลายช่วงที่เวลา T ปี และให้ C_k เป็นเงินที่เติมเข้าสู่พอร์ตที่เวลา t_k โดยกำหนด $C_k < 0$ เมื่อเป็นการถอนเงิน

บทนิยาม 2.9

Money-Weighted Return (MWR) คืออัตรา $r > -1$ ที่ทำให้

$$V_T = V_0(1+r)^T + \sum_{k=1}^m C_k(1+r)^{T-t_k}$$

หรือเทียบเท่ากับ

$$-V_0 - \sum_{k=1}^m \frac{C_k}{(1+r)^{t_k}} + \frac{V_T}{(1+r)^T} = 0$$

เมื่อช่วงเวลาวัดเป็นปี อัตรา r คือ IRR ของกระแสเงินสดดังกล่าว

สมการ IRR โดยทั่วไปไม่มีคำตอบแบบปิด จึงต้องใช้วิธีเชิงตัวเลข เช่น bisection, secant หรือ Newton-

Raphson [62]

ในการคำนวณจริงควรกำหนด sign convention ของกระแสเงินสดให้ชัดเจน และตรวจ residual ของสมการหลังได้คำตอบจากโปรแกรม เช่น แทนค่า r กลับเข้า NPV equation แล้วต้องได้ค่าใกล้ศูนย์ ไม่ควรเชื่อผลจากฟังก์ชัน spreadsheet โดยไม่ตรวจสอบ

ประเด็นที่ต้องระวัง

IRR อาจไม่มีรากจริงที่ยอมรับได้ หรืออาจมีมากกว่าหนึ่งรากเมื่อกระแสเงินสดเปลี่ยนเครื่องหมายหลายครั้ง จึงไม่ควรรายงานผลจากฟังก์ชัน IRR โดยไม่ตรวจสอบรูปของสมการและความสมเหตุสมผลของราก

2.7.2 Modified Dietz Return

เมื่อต้องการประมาณ money-weighted performance โดยไม่แก้สมการ IRR สามารถใช้ Modified Dietz Return

บทนิยาม 2.10

ให้ C_k เป็น external cash flow ที่เวลา t_k ภายในช่วง $[0, T]$ และ

$$w_k = \frac{T - t_k}{T}$$

Modified Dietz Return คือ

$$R_{MD} = \frac{V_T - V_0 - \sum_{k=1}^m C_k}{V_0 + \sum_{k=1}^m w_k C_k}$$

น้ำหนัก w_k สะท้อนสัดส่วนของช่วงเวลาที่กระแสเงินสดอยู่ภายใต้การบริหารของพอร์ต วิธีนี้เหมาะเมื่อไม่มี valuation ที่ละเอียดพอสำหรับ TWR ทุกจุดกระแสเงินสด แต่ต้องการมาตรวัดที่ดีกว่าการละเลย timing ของ flows

Modified Dietz จึงเป็นวิธีประมาณที่แลกความละเอียดกับความ ต้องการข้อมูล สมมติฐานโดยนัยคือผลตอบแทนเกิดค่อนข้างสม่ำเสมอภายในช่วงประเมิน หากตลาดเคลื่อนไหวรุนแรงใกล้จุดที่มี cash flow ขนาดใหญ่ ความคลาดเคลื่อนจากวิธีที่ใช้ valuation จริงทุกจุดอาจเพิ่มขึ้น [4]

2.8 Time-Weighted Return

TWR มีเป้าหมายวัดผลการบริหารสินทรัพย์โดยลดยอิทธิพลของจำนวนและจังหวะเงินฝากถอนซึ่งผู้จัดการพอร์ตอาจควบคุมไม่ได้

หลักสำคัญคือแบ่งช่วงที่ไม่มี external cash flow แล้ว chain-link ผลตอบแทนของแต่ละช่วงเข้าด้วยกัน ดังนั้นคุณภาพของ TWR ขึ้นกับความสามารถในการประเมินมูลค่าพอร์ต ณ จุดที่มี flow หาก valuation ผิดหรือ timestamp ของ flow ไม่ตรงกับราคา ผล TWR ก็อาจมี bias ได้ [14]

บทนิยาม 2.11

แบ่งช่วงประเมินออกเป็น m subperiod ที่คั่นด้วย external cash flows ให้ V_{j-1}^+ เป็นมูลค่าพอร์ตทันทีหลัง flow ณ จุดเริ่ม subperiod และ V_j^- เป็นมูลค่าพอร์ตทันที ก่อน flow ณ จุดสิ้นสุด subperiod ผลตอบแทน subperiod คือ

$$R_j = \frac{V_j^-}{V_{j-1}^+} - 1$$

และ Time-Weighted Return ตลอดช่วงคือ

$$R_{\text{TWR}} = \prod_{j=1}^m (1 + R_j) - 1$$

2.8.1 MWR กับ TWR ต่างกันอย่างไร

ตารางที่ 2.2: เปรียบเทียบ MWR และ TWR

ประเด็น	MWR/IRR	TWR
คำถามหลัก	เจ้าของเงินได้รับผลตอบแทนจริงเท่าใด	ผู้จัดการ พอร์ต สร้าง ผล ต่อตอบแทน จากสินทรัพย์เท่าใด
ผลของ external flow	มีผลโดยตรง	ลดผลผ่านการแบ่ง subperiod
ความไวต่อ timing	สูง	ต่ำกว่าเมื่อมี valuation ณ จุด flow
การใช้งาน	ประสบการณ์ ผู้ ลงทุน หรือ บัญชี ที่เจ้าของเงินควบคุม flow	เปรียบเทียบผู้จัดการพอร์ตหรือกลยุทธ์เมื่อ flow อยู่ก่อนการควบคุม

MWR และ TWR ไม่ใช่ตัวเลขที่แข่งขันกันว่าอันใดถูกกว่า เพราะตอบคำถามคนละแบบ การเลือกมาตรวัดต้องเริ่มจากวัตถุประสงค์ของการประเมิน

กฎเลือก MWR กับ TWR แบบใช้งานจริง

หากคำถามคือ “เจ้าของเงินได้ผลตอบแทนเท่าใดจากเงินที่ใส่จริง” ให้เริ่มจาก MWR หากคำถามคือ “ผู้จัดการหรือกลยุทธ์สร้างผลตอบแทนจากสินทรัพย์ได้เท่าใดโดยตัดผลของเงินฝากถอน” ให้ใช้ TWR และถ้าข้อมูล valuation ไม่ละเอียดพอ อาจใช้ Modified Dietz พร้อมระบุว่า เป็น approximation

2.9 ผลตอบแทนจริง เงินเฟ้อ ค่าเงิน และผลตอบแทนสุทธิ

2.9.1 ผลตอบแทนจริงหลังเงินเฟ้อ

ให้ R_N เป็น nominal return และ π เป็นอัตราเงินเฟ้อในช่วงเดียวกัน

Exact Real Return

ดังนั้น

$$1 + R_{\text{real}} = \frac{1 + R_N}{1 + \pi}$$

$$R_{\text{real}} = \frac{1 + R_N}{1 + \pi} - 1$$

เมื่อ $|R_N|$ และ $|\pi|$ มีขนาดเล็ก

$$R_{\text{real}} \approx R_N - \pi$$

สูตร exact แสดงว่าการปรับเงินเฟ้อเป็นความสัมพันธ์แบบคูณ ไม่ใช่การลบโดยหลักคณิตศาสตร์ การลบตรงเป็นเพียง first-order approximation จึงคลาดเคลื่อนมากขึ้นเมื่อ nominal return หรือ inflation สูง การวางแผนระยะยาว เช่น เงินเกษียณ ควรใช้ real return เพราะสิ่งที่ผู้ลงทุนต้องการท้ายที่สุดคือกำลังซื้อ ไม่ใช่จำนวนเงินเชิงนาม

ตัวอย่าง 2.9. ถ้า nominal return เท่ากับ 8% และเงินเฟ้อ 3.5%

$$R_{\text{real}} = \frac{1.08}{1.035} - 1 \approx 0.04348 = 4.348\%$$

ขณะที่การลบตรงให้ 4.5% ซึ่งเป็นเพียงค่าประมาณ

2.9.2 ผลตอบแทนของการลงทุนต่างประเทศและอัตราแลกเปลี่ยน

ให้ R_L เป็นผลตอบแทนสินทรัพย์ในสกุลเงินท้องถิ่น และให้ S_t เป็นจำนวนหน่วยสกุลเงินฐานต่อหนึ่งหน่วยสกุลเงินต่างประเทศ นิยาม

$$R_{FX} = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$$

เมื่อ $R_{FX} > 0$ เงินตราต่างประเทศแข็งค่าต่อสกุลฐาน ผลตอบแทนในสกุลฐานคือ

การแยก R_L กับ R_{FX} ทำให้เห็นว่า การลงทุนต่างประเทศมีอย่างน้อยสองแหล่งผลตอบแทน คือ ผลของสินทรัพย์และผลของค่าเงิน ผู้ลงทุนที่ hedge ค่าเงินบางส่วนจะมี base-currency return ต่างจากสูตร unhedged ด้านล่าง และต้องรวมต้นทุน hedge กับ basis/roll effect ตามสัญญาที่ใช้

ผลตอบแทนในสกุลฐาน

$$1 + R_{\text{base}} = (1 + R_L)(1 + R_{FX})$$

หรือ

$$R_{\text{base}} = R_L + R_{FX} + R_L R_{FX}$$

ตัวอย่าง 2.10. สินทรัพย์ต่างประเทศให้ผลตอบแทนท้องถิ่น 8% และสกุลเงินต่างประเทศแข็งค่าต่อเงินบาท 4%

$$R_{\text{THB}} = (1.08)(1.04) - 1 = 0.1232 = 12.32\%$$

ประเด็นที่ต้องระวัง

สูตรอัตราแลกเปลี่ยนขึ้นกับนิยามของ S_t หากเปลี่ยนจาก “บาทต่อหนึ่งหน่วยเงินต่างประเทศ” เป็นส่วนกลับ เครื่องหมายและสูตรที่ดีความการแข็งค่าจะเปลี่ยนตาม จึงต้องประกาศ FX convention ทุกครั้ง

2.9.3 ค่าธรรมเนียม ภาษี และผลตอบแทนที่ผู้ลงทุนได้รับจริง

ผลตอบแทนที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจของผู้ลงทุนควรระบุอย่างชัดเจนว่าเป็น gross, net of transaction costs, net of management fees หรือ after tax

ถ้า wealth factor ก่อนค่าธรรมเนียมเท่ากับ $1 + R_g$ และค่าธรรมเนียมคิดเป็นสัดส่วน f ของมูลค่าที่เกี่ยวข้อง การประมาณแบบคูณให้

$$1 + R_{\text{net}} \approx (1 + R_g)(1 - f)$$

การหัก $R_g - f$ เป็นค่าประมาณเชิงเส้นที่เหมาะสมเมื่ออัตราที่มีขนาดเล็กและฐานการคิดค่าธรรมเนียมสอดคล้องกัน

ภาษียมีรายละเอียดขึ้นกับประเภทสินทรัพย์ สถานะผู้ลงทุน และกฎหมายในช่วงเวลานั้น ตำราจึงเน้นหลักการคำนวณโดยไม่ถืออัตราภาษีเฉพาะเป็นค่าคงที่ถาวร

ในเชิงวิเคราะห์ ควรแยก **ต้นทุนที่เกิดจากการถือ** เช่น management fee ออกจาก **ต้นทุนที่เกิดจากการซื้อขาย** เช่น commission และ market impact เพราะสองส่วนตอบสนองต่อ turnover ต่างกัน ภาษียังอาจมี path dependence จากจังหวะ realizations จึงไม่ควรหัก “อัตราภาษีคงที่” จาก return ทุกงวดโดยไม่ตรวจสอบโครงสร้างจริง

2.10 ผลตอบแทนจากข้อมูลราคา: Corporate Actions และ Total Return

การคำนวณผลตอบแทนจากฐานข้อมูลราคาต้องระวัง corporate actions เพราะราคาก่อนและหลัง stock split, reverse split, dividend, rights issue หรือการกระจายมูลค่าในรูปแบบอื่นอาจไม่เปรียบเทียบกันโดยตรง

หลักคิดคือแยก **การเปลี่ยนมูลค่าทางเศรษฐกิจ** ออกจาก **การเปลี่ยนหน่วยบัญชีของหลักทรัพย์** เช่น stock split ทำให้จำนวนหุ้นและราคาต่อหุ้นเปลี่ยนเชิงกล แต่ไม่ได้สร้างผลตอบแทนให้ผู้ถือหุ้นที่ หากไม่ปรับข้อมูล ราคาจะดูเหมือนร่วงแรงทั้งที่ความมั่งคั่งไม่เปลี่ยน ส่วนเงินปันผลเป็นกระแสเงินสดจริงและต้องถูกรวมใน total return หาก series ราคายังไม่ได้ปรับ

2.10.1 ราคาดิบ ราคาปรับ และเงินปันผล

ถ้าใช้ raw close และเงินปันผลยังไม่รวมในราคา ต้องคำนวณ total return

$$R_t = \frac{P_t + D_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

ถ้าผู้ให้ข้อมูลสร้าง adjusted price ที่สะท้อน corporate actions ตาม methodology ที่ชัดเจนแล้ว สามารถคำนวณ return จาก adjusted series ได้โดยไม่เติมเงินปันผลซ้ำ

ประเด็นที่ต้องระวัง

คำว่า “Adjusted Close” ไม่ได้มีวิธีคำนวณเหมือนกันทุกผู้ให้ข้อมูล ก่อนรวมข้อมูลจากหลายแหล่งต้องตรวจสอบ metadata ว่าปรับ stock split, cash dividend, rights, spin-off และภาษีหัก ณ ที่จ่ายอย่างไร

2.10.2 Wealth Index และ Total-Return Index

กำหนด wealth index เริ่มต้นเป็น

$$W_0 = 100$$

แล้วอัปเดตด้วย

$$W_t = W_{t-1}(1 + R_t) = 100 \prod_{s=1}^t (1 + R_s)$$

wealth index ช่วยให้เห็นผลของการทบต้นและใช้เปรียบเทียบกลยุทธ์กับ benchmark ได้ เมื่อทั้งสองถูกสร้างจาก return convention เดียวกัน

การ plot wealth index ยังช่วยตรวจสอบข้อมูลผิดปกติได้ หาก index กระโดดอย่างไม่สมเหตุสมผลในวันที่มี split หรือ dividend อาจบ่งชี้ว่าปรับ corporate action ซ้ำหรือไม่ได้ปรับเลย ในงาน backtest ควรสร้าง wealth index ทั้งกลยุทธ์และ benchmark จาก pipeline เดียวกันเพื่อรักษา benchmark symmetry

2.11 การเตรียมข้อมูลราคาและสร้างเมตริกซ์ผลตอบแทน

การวิเคราะห์เชิงปริมาณเริ่มก่อนการคำนวณสูตร ขั้นตอนการสร้าง return series ต้องตรวจสอบ calendar, corporate actions, currency, missing observations และความสอดคล้องของ timestamps

ข้อเท็จจริงสำคัญคือ “ข้อมูลราคาวนเดียวกัน” ไม่ได้แปลว่าเป็น information set เดียวกันเสมอ ตลาดในเอเชีย ยุโรป และสหรัฐปิดคนละเวลา ข้อมูล macro อาจประกาศหลังตลาดปิด และราคาบางประเภทเป็น indicative quote ไม่ใช่ executed price งานเชิงปริมาณจึงต้องแยก trade date, timestamp และเวลาที่ข้อมูลพร้อมให้ผู้

ลงทุนใช้งานจริง

2.11.1 การจัดแนววันซื้อขายและข้อมูลที่หายไป

สินทรัพย์ต่างตลาดอาจมีวันหยุดและเวลาปิดตลาดไม่ตรงกัน การนำราคา “วันที่เดียวกัน” มาคำนวณ covariance โดยไม่ตรวจเวลาอาจสร้าง nonsynchronous-trading bias

หลักปฏิบัติที่สำคัญ ได้แก่

1. กำหนด timezone และ timestamp convention พร้อมแยก event time ออกจากวันที่ในไฟล์
2. ระบุาราคาเป็น open, close, VWAP, settlement price, clean price หรือราคาอื่น
3. ตรวจวันหยุดตลาดและ missing observations พร้อมแยก missing จาก no-trade/stale quote
4. หลีกเลี่ยงการ forward-fill ราคาข้ามช่วงยาวโดยไม่ประเมินผลต่อ return และ volatility
5. ตรวจ corporate actions, delisting และการเปลี่ยน identifier ของหลักทรัพย์
6. ตรวจสอบสกุลเงิน หน่วยราคา และตัวคูณสัญญาก่อนรวมหลายตลาด
7. ใช้ universe ที่สอดคล้องกับข้อมูลที่มีอยู่จริง ณ เวลานั้นเมื่อทำ backtest เพื่อลด survivorship และ look-ahead bias

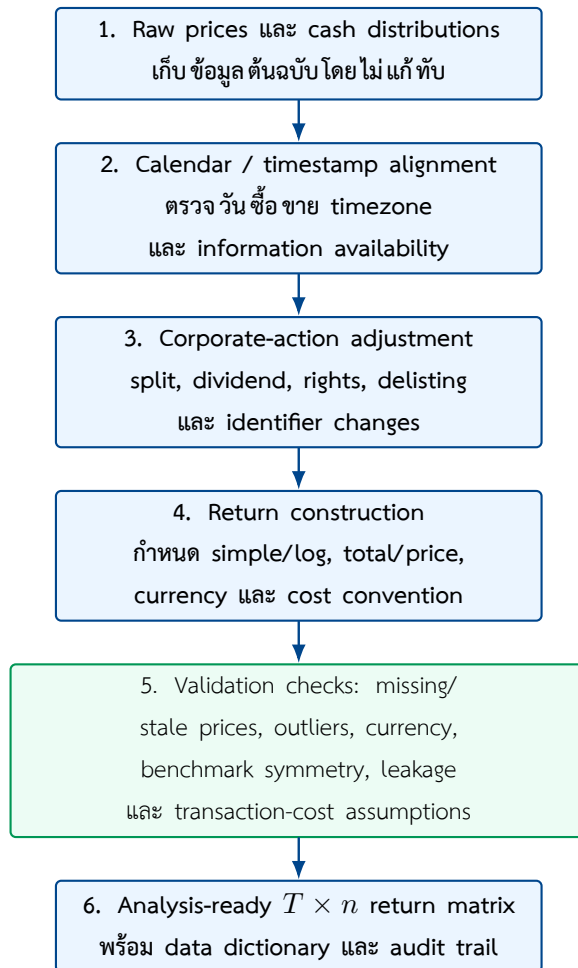
2.11.2 เมทริกซ์ผลตอบแทน

สำหรับสินทรัพย์ n รายการและข้อมูลผลตอบแทน T งวด กำหนด

$$R = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{2,1} & \cdots & R_{n,1} \\ R_{1,2} & R_{2,2} & \cdots & R_{n,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1,T} & R_{2,T} & \cdots & R_{n,T} \end{bmatrix}$$

หนึ่งแถวแทนหนึ่งช่วงเวลาและหนึ่งคอลัมน์แทนหนึ่งสินทรัพย์ เมทริกซ์นี้เป็นข้อมูลตั้งต้นของการประมาณค่าเฉลี่ย covariance, correlation, factor exposure และ portfolio risk ในบทถัดไป

ก่อนส่งเมทริกซ์นี้เข้าสู่แบบจำลอง ควรตรวจสอบอย่างน้อยว่าแต่ละคอลัมน์ใช้ return convention เดียวกัน จำนวนแถวหลัง alignment สอดคล้องกัน ไม่มีค่าผิดปกติจาก corporate actions และไม่มีข้อมูลอนาคตแทรกเข้ามา หากการจัดแนวข้อมูลผิด แม้สูตร covariance หรือ optimization ถูกต้อง ผลลัพธ์ก็ยังมีผิดเชิงเศรษฐกิจได้



รูปที่ 2.2: กระบวนการสร้างข้อมูลผลตอบแทนจากราคาดิบสู่เมทริกซ์ที่พร้อมใช้ โดยแทรกการตรวจเวลา corporate actions และ validation ก่อนเข้าสู่แบบจำลอง

หลัก Data Lineage ของผลตอบแทน

ทุก return series ควรสามารถย้อนกลับได้ว่าใช้แหล่งข้อมูลใด ช่วงเวลาใด ราคาแบบใด ปรับ corporate actions อย่างไร ใช้ simple หรือ log return รวมเงินปันผลหรือไม่ ใช้สกุลเงินใด และหักต้นทุนใด แล้วบ้าง นอกจากนี้ควรเก็บ raw data แยกจาก processed data และบันทึก code/version หรือ transformation rule เพื่อให้สร้างผลลัพธ์เดิมซ้ำได้

2.12 การเลือกมาตรวัดผลตอบแทนให้เหมาะกับปัญหา

การมีมาตรวัดหลายรูปแบบไม่ได้หมายความว่าสูตรหนึ่งดีกว่าอีกสูตรในทุกกรณี แต่แต่ละสูตรตอบคำถามต่างกัน

การเลือกผิดมาตรวัดอาจทำให้ข้อสรุปผิดแม้คำนวณถูก เช่น ใช้ MWR ตัดสินผู้จัดการที่ควบคุมเงินฝากถอนไม่ได้ ใช้ price return เทียบกับ total-return benchmark หรือใช้ nominal return วางเป้าหมายกำลังซื้อระยะยาว ตารางต่อไปจึงควรอ่านเป็น “decision map” มากกว่ารายการสูตร

ตารางที่ 2.3: แผนที่การเลือกมาตรวัดผลตอบแทน

คำถาม	มาตรวัดที่เหมาะสม	เหตุผลหรือข้อควรระวัง
ผลตอบแทนสินทรัพย์หนึ่งงวด	Simple total return	รวม price change และ cash distribution
รวมผลตอบแทนหลายงวด	Cumulative simple return หรือ sum of log returns	simple ใช้ product ส่วน log ใช้ sum
อัตราทบต้นคงที่ต่อปี	Geometric/ annualized effective return	รักษา wealth endpoint
ค่าเฉลี่ยผลตอบแทนหนึ่งงวด	Arithmetic mean	ไม่เท่ากับ CAGR โดยทั่วไป
ตราสารตลาดเงิน	BDY, HPY, MMY, EAY ตาม convention	ต้องตรวจสอบฐานราคา day-count และ compounding
ประสบการณ์เจ้าของเงิน	MWR/IRR	สะท้อนขนาดและ timing ของ external cash flows
ประเมินผู้จัดการพอร์ต	TWR	ลดอิทธิพลของ flows ที่อยู่นอกการควบคุม
ข้อมูล valuation ไม่ละเอียดทุก flow	Modified Dietz	เป็น money-weighted approximation ที่ใช้ timing weights
การเปลี่ยนแปลงกำลังซื้อ	Real return	ปรับเงินเฟ้อด้วย exact multiplicative relation
การลงทุนต่างประเทศ	Base-currency return	รวม local asset return กับ FX return
งานเชิงปริมาณ	Simple หรือ log return ที่นิยามชัด	ต้องจัดแนวเวลา corporate actions และ costs ก่อน

คำถาม 4 ข้อสำหรับเลือก return measure

ก่อนเลือกสูตร ให้ถามว่า (1) วัดสินทรัพย์หรือเจ้าของเงิน (2) มี external cash flow หรือไม่ (3) ต้องเปรียบเทียบข้ามช่วงเวลา/สกุลเงิน/เงินเพื่อหรือไม่ และ (4) ต้องการ gross หรือ implementable net return หากตอบสี่ข้อนี้ได้ การเลือกมาตรวัดส่วนใหญ่จะชัดเจนขึ้น

2.13 Investment Lab และ Workshop

Investment Lab: Return Engineering Lab

วัตถุประสงค์ สร้างชุดข้อมูลผลตอบแทนที่ตรวจสอบย้อนกลับได้และเปรียบเทียบมาตรวัดผลตอบแทนหลายแบบ

ส่วนที่ A: One-Period Return

1. เลือกหลักทรัพย์อย่างน้อย 5 รายการ
2. ดึงราคาและข้อมูลเงินปันผลหรือ corporate actions
3. คำนวณ price return และ total return
4. เปรียบเทียบ simple return กับ log return

ส่วนที่ B: Compounding

1. สร้าง cumulative wealth index จากเงินเริ่มต้น 100
2. คำนวณ arithmetic mean และ geometric mean
3. ตรวจสอบว่า geometric mean รักษา wealth endpoint

ส่วนที่ C: Cash-Flow Performance

1. สร้างตัวอย่างพอร์ตที่มีเงินฝากหรือถอนอย่างน้อย 3 ครั้ง
2. คำนวณ MWR/IRR, Modified Dietz และ TWR
3. อธิบายเหตุผลที่ค่าทั้งสามต่างกัน

ส่วนที่ D: Data Quality

1. สร้าง return matrix และตรวจ timestamp alignment
2. ตรวจ missing dates, stale prices, outliers และ corporate actions
3. บันทึก data dictionary, return convention, currency และ transaction-cost assumption
4. สร้าง audit trail ที่ทำให้ผู้อื่นสามารถย้อนจาก return matrix กลับไปยัง raw data ได้

ผลส่งมอบขั้นต่ำ

1. ตารางเปรียบเทียบ simple, log, gross, net, nominal และ real return อย่างน้อยหนึ่งสินทรัพย์
2. กราฟ wealth index ของสินทรัพย์/กลยุทธ์และ benchmark ภายใต้ convention เดียวกัน
3. ตารางเปรียบเทียบ MWR, Modified Dietz และ TWR พร้อมคำอธิบายสาเหตุที่ต่างกัน
4. ไฟล์ data dictionary และบันทึกขั้นตอน cleaning/adjustment ที่ทำซ้ำได้

บทสรุปท้ายบท

บทนี้พัฒนาคณิตศาสตร์ของผลตอบแทนจากระดับหนึ่งงวดไปสู่หลายงวด เริ่มจาก total simple return และ log return แล้วเชื่อมโยงไปยัง holding-period return การทำให้เป็นรายปี อัตราในนามและอัตราที่เป็นผล ตลอดจน convention ของตราสารตลาดเงิน ได้แก่ BDY, HPY, MMY และ EAY

เมื่อมี external cash flows ต้องแยกคำถามของผู้ลงทุนออกจากคำถามของผู้จัดการพอร์ต MWR/IRR สะท้อนประสบการณ์ของเจ้าของเงิน Modified Dietz เป็นวิธีประมาณที่คำนึงถึง timing ของ flows ส่วน TWR ลดอิทธิพลของ flows ผ่านการแบ่ง subperiod

ผลตอบแทนที่ใช้ในการตัดสินใจจริงยังต้องพิจารณาเงินเพื่อ อัตราแลกเปลี่ยน ต้นทุน ค่าธรรมเนียม และภาษีตามบริบท ขณะที่การวิเคราะห์เชิงปริมาณต้องเริ่มจากข้อมูลราคาที่ปรับ corporate actions จัดแนวเวลา และระบุ return convention อย่างชัดเจนก่อนสร้างเมทริกซ์ผลตอบแทน

สาระสำคัญในเชิงปฏิบัติคือ “ผลตอบแทนไม่ใช่เพียงสูตร แต่เป็นผลลัพธ์ของ convention และข้อมูล” ตัวเลข return ที่น่าเชื่อถือจึงต้องตอบได้ว่าเริ่มจากราคาใด รวม cash flow อะไร ใช้เวลาและสกุลเงินใด หักต้นทุนอะไร และวัดจากมุมมองของใคร การรักษาวินัยนี้ทำให้บทความเสี่ยง การสร้างพอร์ต และการประเมินผลในบทถัดไปมีฐานข้อมูลที่ถูกต้องและตรวจสอบได้

คำศัพท์สำคัญ

- Simple return
- Total return
- Log return
- Wealth relative
- Holding-Period Return
- Annualized return
- Effective annual rate
- Nominal rate
- Bank Discount Yield
- Money Market Yield
- Effective Annual Yield
- Arithmetic mean

- Geometric mean
- Volatility drag
- Money-Weighted Return
- Internal Rate of Return
- Modified Dietz Return
- Time-Weighted Return
- Real return
- FX return
- Adjusted price
- Total-return index
- Data lineage

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. หุ่นมีราคาต้นงวด 80 บาท ราคาปลายงวด 84 บาท และจ่ายเงินปันผล 2 บาท จงหา price return, income yield และ total return
2. ถ้าผลตอบแทนสามงวดเท่ากับ 10%, -5% และ 8% จงหาผลตอบแทนสะสมและ log return สะสม
3. พิสูจน์ว่า simple return สะสมหลายงวดต้องใช้ผลคูณของ wealth relatives ไม่ใช่ผลบวกของ simple returns
4. เงินลงทุนให้ผลตอบแทน 12% ใน 18 เดือน จงหา annualized effective return
5. อัตราในนาม 7.2% ต่อปี คิดทบต้นรายเดือน มี effective annual rate เท่าใด
6. ตัวเงินคลั่งมูลค่าที่ตราไว้ 100,000 บาท ซื้อที่ 98,500 บาท เหลืออายุ 90 วัน จงหา BDY, HPY, MMY และ EAY
7. พิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่าง BDY และ MMY สำหรับตราสารส่วนลด
8. ผลตอบแทนสี่ปีเท่ากับ 15%, -10%, 20% และ 5% จงหา arithmetic mean และ geometric mean
9. หากพอร์ตขาดทุน 30% ต้องได้ผลตอบแทนกี่เปอร์เซ็นต์จึงกลับสู่ทุนเดิม
10. พอร์ตเริ่มต้น 1,000,000 บาท มีการเติมเงิน 200,000 บาทเมื่อครบครึ่งปี และปลายปีมีมูลค่า 1,300,000 บาท จงตั้งสมการ MWR
11. สร้างตัวอย่าง external cash flows ที่ทำให้ MWR และ TWR แตกต่างกันอย่างน้อยมีนัยสำคัญ พร้อมอธิบายสาเหตุ
12. nominal return เท่ากับ 9% และเงินเฟ้อ 4% จงหา exact real return และค่าประมาณแบบลบตรง
13. หุ่นต่างประเทศให้ local return 6% ขณะที่เงินตราต่างประเทศอ่อนค่าต่อเงินบาท 8% จงหาผลตอบแทนในเงินบาท
14. อธิบายความผิดพลาดที่เกิดจากการใช้ adjusted close แล้วเติมเงินปันผลซ้ำอีกครั้ง
15. สร้าง return matrix สำหรับหลักทรัพย์อย่างน้อย 4 รายการและระบุขั้นตอนตรวจสอบ missing dates

กับ corporate actions

16. กลยุทธ์ A ให้ gross return 12% และ turnover สูง ส่วนกลยุทธ์ B ให้ gross return 10.5% และ turnover ต่ำ จงกำหนดสมมติฐานต้นทุนอย่างน้อย 3 กรณีและวิเคราะห์ว่าจุดใดอันดับผลตอบแทนสุทธิเปลี่ยน
17. สร้างกรณีที่ MWR ต่ำกว่า TWR อย่างชัดเจนโดยให้มี external cash flow ขนาดใหญ่ก่อนช่วงขาดทุน แล้วอธิบายว่าเหตุใดความแตกต่างนี้ไม่จำเป็นต้องเป็นความผิดของผู้จัดการพอร์ต
18. เลือกหุ้นต่างประเทศหนึ่งหลักทรัพย์ และ ออกแบบ ขั้นตอนคำนวณผลตอบแทนเงินบาทที่ตรวจสอบได้ ตั้งแต่ local total return, FX convention, fee/hedging cost จนถึง net base-currency return

คำถามชวนคิด

1. เหตุใด log return จึงสะดวกในการรวมผลตอบแทนตามเวลา แต่ไม่ควรใช้แทน simple return ของพอร์ตโดยอัตโนมัติ
2. หากสองกองทุนมี arithmetic mean เท่ากัน กองทุนที่มี geometric mean ต่ำกว่าสื่อถึงอะไรเกี่ยวกับเส้นทางความมั่งคั่ง
3. MWR ที่ต่ำกว่า TWR จำเป็นต้องหมายความว่าผู้จัดการพอร์ตบริหารไม่ดีหรือไม่
4. การ annualize ผลตอบแทนระยะสั้นมากสามารถสร้างความเข้าใจผิดอย่างไร
5. เหตุใด data engineering ของผลตอบแทนจึงเป็นส่วนหนึ่งของแบบจำลองทางการเงิน ไม่ใช่เพียงขั้นตอนเตรียมข้อมูล
6. หากผลตอบแทนจาก backtest สูงมาก แต่ผลลัพธ์เปลี่ยนอย่างมีนัยสำคัญเมื่อใช้ adjusted-price source คนละราย เราควรสรุปอะไรเกี่ยวกับ model risk และ data risk ของกลยุทธ์นั้น

เอกสารอ้างอิงท้ายบทที่ 2

- [4] Carl R. Bacon. *Practical Portfolio Performance Measurement and Attribution*. 2nd ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2008.
- [13] John Y. Campbell, Andrew W. Lo, and A. Craig MacKinlay. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1997.
- [14] CFA Institute. *2020 Global Investment Performance Standards (GIPS) for Firms*. CFA Institute. Charlottesville, VA, 2020.

- [59] Ruey S. Tsay. *Analysis of Financial Time Series*. 3rd ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2010.
- [62] Wichai Witayakiattilerd. *คณิตศาสตร์การเงินและการประยุกต์*. ตำราภาษาไทย. 2025.
- [69] Wichai Witayakiattilerd and Wararit Panichkitkosolkul. “Robust Backtesting of Bollinger Bands with Alternative Moving Averages: An Empirical Study on SET50 Stocks”. In: *Bangmod International Journal of Mathematical and Computational Science* 12 (2026), pp. 96–118. DOI: [10.58715/bangmodjmcs.2026.12.6](https://doi.org/10.58715/bangmodjmcs.2026.12.6).