

บทที่ 8 ทฤษฎี ตลาด ทุน และ แบบ จำลอง การ กำหนด ราคา สินทรัพย์

วัตถุประสงค์การเรียนรู้

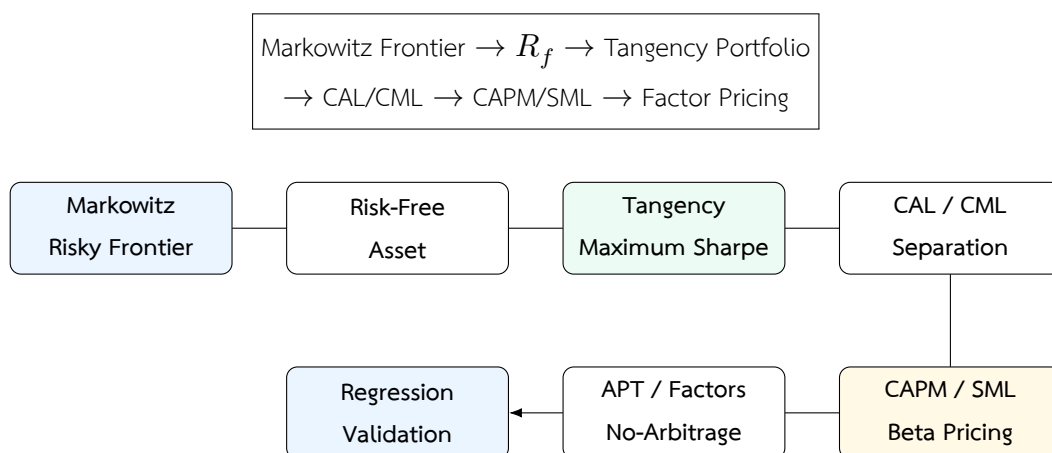
เมื่อจบบทนี้ ผู้อ่านควรสามารถ

1. แยก ความ หมายถึง ของ market competition, market efficiency และ asset-pricing equilibrium ได้
2. สร้าง Capital Allocation Line จากสินทรัพย์ปราศจากความเสี่ยงและพอร์ตเสี่ยง
3. พิสูจน์สูตร tangency portfolio และ maximum Sharpe ratio
4. อธิบาย two-fund separation, market portfolio และ Capital Market Line ได้อย่างถูกต้อง
5. พิสูจน์ CAPM จากเงื่อนไข tangency ของ market portfolio และตีความ beta เป็น systematic-risk exposure
6. แยก Capital Market Line ออกจาก Security Market Line และอธิบายว่าเหตุใด CML ใช้ total risk แต่ SML ใช้ beta
7. ประมาณ beta และ Jensen's alpha ด้วย regression พร้อมประเมิน uncertainty และ parameter stability
8. ใช้ CAPM เป็น required-return benchmark ในการประเมินมูลค่าโดยไม่ตีความ pricing gap เป็น arbitrage โดยอัตโนมัติ
9. อธิบาย APT และ multi-factor pricing ด้วย factor exposures และหลัก no-arbitrage
10. เปรียบเทียบ CAPM, market model, APT และ empirical factor models โดยแยกสมมติฐาน และวัตถุประสงค์
11. ออกแบบ asset-pricing model validation แบบ out-of-sample ที่หลีกเลี่ยง look-ahead และ multiple-testing bias

8.1 บทนำ: จาก Portfolio Choice สู่ Asset Pricing

บทที่ 7 ศึกษาการเลือกพอร์ตจาก risky assets โดยใช้ expected-return vector μ และ covariance matrix Σ บทนี้เพิ่มสินทรัพย์ปราศจากความเสี่ยงที่ให้ผลตอบแทน R_f แล้วพัฒนาจากคำถามว่า “นักลงทุนควรเลือกพอร์ตใด” ไปสู่คำถามเชิงดุลยภาพว่า “เมื่อผู้ลงทุนจำนวนมากตัดสินใจพร้อมกัน ความเสี่ยงชนิดใดควรได้รับค่าชดเชยใน expected return”

ประเด็นสำคัญคือการแยกสามระดับของการวิเคราะห์ให้ชัดเจน ได้แก่ *opportunity set* ซึ่งบอกว่าพอร์ตใดสร้างได้ *portfolio choice* ซึ่งบอกว่านักลงทุนเลือกจุดใดตามความชอบต่อความเสี่ยง และ *equilibrium pricing* ซึ่งเชื่อมการตัดสินใจของนักลงทุนกับราคาสินทรัพย์ในตลาด หากสามระดับนี้ถูกสับสน จะเกิดความเข้าใจผิดได้ง่าย เช่น การนำ CML ไปใช้กับหลักทรัพย์รายตัว หรือการตีความ regression beta ว่าเป็นผลลัพธ์จาก CAPM โดยตรง



รูปที่ 8.1: แผนที่ของบทจาก portfolio choice ไปสู่ equilibrium asset pricing

ข้อสังเกต

CAPM เป็น benchmark model ที่เชื่อม expected return กับ systematic risk ภายใต้สมมติฐานเฉพาะ ไม่ใช่กฎที่รับประกัน realized return และไม่ใช้แบบจำลองเดียวที่ใช้วิเคราะห์ expected returns ได้

8.2 ข้อสมมติของทฤษฎีตลาดทุนและ Efficient Market Hypothesis

8.2.1 ข้อสมมติแบบคลาสสิกของ Capital Market Theory

เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ดุลยภาพแบบปิดรูป กรอบคลาสสิกมักสมมติว่า

1. นักลงทุนใช้ investment horizon เดียวกัน
2. การตัดสินใจอาศัย expected return และ variance
3. นักลงทุนมี homogeneous expectations เกี่ยวกับ μ และ Σ
4. สินทรัพย์แบ่งหน่วยได้และซื้อขายได้โดยไม่มี market frictions ที่มีความสำคัญ
5. ไม่มีภาษีและ transaction costs ในแบบจำลองพื้นฐาน
6. short-selling และการปรับน้ำหนักสามารถทำได้ตามสมมติฐาน
7. นักลงทุนสามารถให้กู้และกู้ยืมที่ R_f เดียวกัน
8. นักลงทุนแต่ละรายเป็น price taker

ประเด็นที่ต้องระวัง

ข้อสมมติเหล่านี้ใช้สร้าง theoretical benchmark การกู้และให้กู้ที่อัตราเดียวกัน unlimited leverage ไม่มีต้นทุนธุรกรรม และ homogeneous expectations ไม่ใช่คุณสมบัติที่ต้องเป็นจริงในตลาดจริง

ในเชิงกลไก homogeneous expectations ร่วมกับ risk-free rate เดียวกันทำให้นักลงทุนมองเห็น tangency portfolio เดียวกัน ขณะที่ market clearing ทำให้พอร์ตเสี่ยงที่ทุกคนต้องการถือโดยรวมตรงกับอุปทานของสินทรัพย์เสี่ยงในตลาด จึงเชื่อม “พอร์ตที่เหมาะสมที่สุด” เข้ากับ “market portfolio” ได้ หากผ่อนคลายสมมติฐานเรื่อง borrowing rate, constraints, taxes หรือข้อมูลที่นักลงทุนใช้ร่วมกัน ผลลัพธ์เชิงดุลยภาพอาจเปลี่ยนรูปและไม่จำเป็นต้องได้ CAPM แบบเส้นตรงในรูปพื้นฐาน

8.2.2 Efficient Market Hypothesis

กรอบของ Fama แบ่ง market efficiency ตาม information set ที่ราคาสะท้อน [19]

ตารางที่ 8.1: รูปแบบของ Efficient Market Hypothesis

รูปแบบ	Information set	นัยเชิงการทดสอบ
Weak form	ราคาและข้อมูลตลาดในอดีต	กลยุทธ์ จาก ข้อมูล ตลาด อดีต ไม่ ควร สร้าง abnormal performance อย่าง สม่าเสมอ หลัง ต้นทุน หาก สมมติฐาน ถูก ต้อง
Semi-strong form	ข้อมูลสาธารณะทั้งหมด	public information ควร ถูก สะท้อน ใน ราคา อย่าง รวดเร็ว ตาม กรอบ สมมติฐาน
Strong form	ข้อมูลทั้งหมดในนิยามเชิงทฤษฎี	เป็น ข้อ เสนอ ที่ เข้ม ที่สุด และ ไม่ ควร ถูก สืบค้น กับ กฎระเบียบ เรื่อง ข้อมูล ภายใน

ข้อสังเกต

EMH กับ CAPM เป็นคนละข้อเสนอ EMH กล่าวถึงการสะท้อนข้อมูลในราคา ส่วน CAPM กล่าวถึงความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระหว่าง expected return กับ systematic risk ความล้มเหลวของแบบจำลองหนึ่ง จึงไม่ได้พิสูจน์อีกแบบจำลองหนึ่งโดยอัตโนมัติ

ในงานเชิงประจักษ์ยังมี *joint-hypothesis problem*: การบอกว่า return ใดเป็น “abnormal” ต้องอาศัยแบบจำลอง expected return เป็น benchmark ดังนั้นการพบ abnormal return อาจสะท้อน market inefficiency, แบบจำลอง benchmark ที่ไม่สมบูรณ์ หรือทั้งสองอย่าง การทดสอบประสิทธิภาพตลาดจึงไม่สามารถแยกออกจาก สมมติฐาน เกี่ยวกับ แบบ จำลอง การ กำหนดราคา ที่ ใช้ วัด abnormal performance ได้อย่างสมบูรณ์

8.3 สินทรัพย์ปราศจากความเสียงและ Capital Allocation Line

บทนิยาม 8.1

สินทรัพย์ปราศจากความเสียงในกรอบหนึ่งงวดคือสินทรัพย์ที่ terminal return ถูกกำหนดแน่นอนใน horizon และ currency เดียวกับที่ใช้วิเคราะห์พอร์ต ดังนั้น

$$\text{Var}(R_f) = 0, \quad \text{Cov}(R_f, R_i) = 0$$

สำหรับ risky asset i ทุกตัวในกรอบเดียวกัน คำว่า “risk-free” จึงเป็นแนวคิดที่ขึ้นกับ horizon และ currency ไม่ใช่คุณสมบัติสัมบูรณ์ของตราสารทุกสถานการณ์

ให้ P เป็น risky portfolio ที่มี $\mu_P = \mathbb{E}(R_P)$ และ $\sigma_P > 0$ และให้ y เป็นสัดส่วนใน P ส่วน $1 - y$ อยู่ใน risk-free asset จะได้

$$R_C = (1 - y)R_f + yR_P, \quad \mu_C = R_f + y(\mu_P - R_f), \quad \sigma_C = |y|\sigma_P$$

เมื่อ $0 \leq y \leq 1$ นักลงทุนแบ่งเงินระหว่าง risk-free asset กับ P เมื่อ $y > 1$ จะมี $1 - y < 0$ ซึ่งแทน borrowing หรือ leverage ภายใต้สมมติฐานของแบบจำลอง ส่วน $y < 0$ หมายถึงการ short risky portfolio และถือ risk-free asset มากกว่า 100% ซึ่งไม่ใช่ส่วนของ upper efficient CAL ในกรณีปกติที่ $\mu_P > R_f$

สำหรับ $y \geq 0$ สามารถกำจัด y ออกจากสองสมการหลังและเขียนความสัมพันธ์ในระนาบ (σ, μ) ได้เป็นเส้นตรง

Capital Allocation Line

$$\mu_C = R_f + \frac{\mu_P - R_f}{\sigma_P} \sigma_C$$

ความชันของ CAL คือ

$$\frac{\mu_P - R_f}{\sigma_P}$$

ซึ่งเป็น ex ante Sharpe ratio ของ risky portfolio P ดังนั้นการหา efficient CAL จึงเท่ากับการหาพอร์ตเสี่ยงที่ให้ excess expected return ต่อหนึ่งหน่วย volatility สูงที่สุด เส้นที่ชันกว่าจะครอบงำเส้นที่ชันน้อยกว่าในเชิง mean-variance สำหรับระดับความเสี่ยงเดียวกัน

ตัวอย่าง 8.1. ให้ $R_f = 4\%$, $\mu_P = 12\%$ และ $\sigma_P = 16\%$ จะได้ Sharpe ratio เท่ากับ $(12\% - 4\%)/16\% = 0.50$ ถ้า $y = 0.60$

$$\mu_C = 4\% + 0.60(12\% - 4\%) = 8.8\%, \quad \sigma_C = 0.60(16\%) = 9.6\%$$

ตัวอย่างนี้แสดงว่าเมื่อเลื่อนไปตาม CAL ทั้ง excess expected return และ volatility ถูกปรับด้วยสัดส่วน y เดียวกัน จึงทำให้ Sharpe ratio ของ complete portfolio คงเดิมตราบใดที่ใช้ risk-free rate เดียวกันและไม่มี frictions

8.4 Tangency Portfolio และ Maximum Sharpe Ratio

กำหนด excess-return vector

$$\mathbf{q} = \boldsymbol{\mu} - R_f \mathbf{1}$$

สำหรับ risky portfolio $\mathbf{w}$ ที่มีความแปรปรวนเป็นบวก Sharpe ratio คือ

$$S(\mathbf{w}) = \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{q}}{\sqrt{\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w}}}$$

ทฤษฎีบท 8.1

สมมติ $\boldsymbol{\Sigma} \succ 0$, $\mathbf{q} \neq 0$ และ

$$h \equiv \mathbf{1}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{q} > 0$$

แล้ว tangency portfolio ที่ normalize ให้ $\mathbf{1}^T \mathbf{w}_T = 1$ คือ

$$\mathbf{w}_T = \frac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\mu} - R_f \mathbf{1})}{\mathbf{1}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\mu} - R_f \mathbf{1})}$$

เงื่อนไข $h > 0$ ทำให้พอร์ตที่ normalize แล้วอยู่ในทิศทางของ maximum positive Sharpe ratio ภายใต้กรอบมาตรฐาน

พิสูจน์. พิจารณาเวกเตอร์ $\mathbf{x} \neq 0$ โดยยังไม่ normalize budget constraint เนื่องจาก Sharpe ratio ไม่เปลี่ยนเมื่อคูณ $\mathbf{x}$ ด้วยสเกลาร์บวก กำหนด

$$\mathbf{z} = \boldsymbol{\Sigma}^{1/2} \mathbf{x}, \quad \mathbf{a} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} \mathbf{q}$$

แล้วจาก Cauchy-Schwarz

$$\frac{\mathbf{x}^T \mathbf{q}}{\sqrt{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{x}}} = \frac{\mathbf{z}^T \mathbf{a}}{\|\mathbf{z}\|} \leq \|\mathbf{a}\|$$

equality เกิดเมื่อ $\mathbf{z} = c\mathbf{a}$ สำหรับ $c > 0$ ดังนั้น

$$\mathbf{x} \propto \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{q}$$

และเมื่อ $h > 0$ สามารถ normalize ด้วย h เพื่อให้ $\mathbf{1}^T \mathbf{w}_T = 1$ โดยไม่กลับทิศทางของ Sharpe ratio $\square$

ทฤษฎีบท 8.2

ภายใต้เงื่อนไขข้างต้น maximum positive Sharpe ratio ของทิศทางพอร์ตเสี่ยงคือ

$$S_T = \sqrt{(\mu - R_f \mathbf{1})^T \Sigma^{-1} (\mu - R_f \mathbf{1})}$$

เพราะ $\|\mathbf{a}\|^2 = \mathbf{q}^T \Sigma^{-1} \mathbf{q}$

ข้อสังเกต

กรณี $\mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{q} = 0$ ทิศทาง $\Sigma^{-1} \mathbf{q}$ ไม่สามารถ normalize ให้ผลรวมน้ำหนักเท่ากับ 1 ด้วยสูตรข้างต้น ส่วนกรณีที่ค่าดังกล่าวติดลบ การ normalize แบบเติมเงินลงทุนจะกลับทิศทางและทำให้ Sharpe ratio ติดลบ จึงต้องตรวจเงื่อนไขก่อนใช้สูตรเชิงปิด ไม่ควรใช้สูตรโดยไม่ตรวจ denominator

ประเด็นที่ต้องระวัง

สูตรนี้เป็น unconstrained solution หากมี long-only, leverage, liquidity, turnover หรือ transaction-cost constraints ต้องแก้ constrained optimization ใหม่ ไม่ควรตัด negative weights แล้ว normalize โดยถือว่าเป็น maximum-Sharpe solution

8.5 Two-Fund Separation และการเลือก Complete Portfolio

เมื่อ tangency portfolio T ถูกกำหนดแล้ว complete portfolio เขียนได้เป็น

$$R_C = (1 - y)R_f + yR_T, \quad \mu_C = R_f + y(\mu_T - R_f), \quad \sigma_C^2 = y^2 \sigma_T^2$$

การเขียนด้วย variance ทำให้เห็นชัดว่า y สามารถเป็นจำนวนจริงภายใต้กรอบที่อนุญาตทั้ง borrowing และ short positions ส่วน $\sigma_C = |y| \sigma_T$ เป็นผลที่ตามมา

ทฤษฎีบท 8.3

ภายใต้สมมติฐาน frictionless borrowing/lending ที่ R_f เดียวกัน efficient complete portfolios สามารถสร้างจากสองกองทุน ได้แก่ risk-free asset และ tangency portfolio ความแตกต่างด้าน risk preference ของนักลงทุนสะท้อนผ่าน y มากกว่าการเลือก risky portfolio คนละชุด

ถ้าใช้ mean-variance utility โดย $a > 0$

$$U = \mu_C - \frac{a}{2}\sigma_C^2$$

จะได้สำหรับ $y \in \mathbb{R}$

$$U(y) = R_f + y(\mu_T - R_f) - \frac{a}{2}y^2\sigma_T^2$$

เนื่องจาก $d^2U/dy^2 = -a\sigma_T^2 < 0$ เงื่อนไขอันดับหนึ่งจึงให้จุดสูงสุดเพียงจุดเดียว

Optimal Allocation to Tangency Portfolio

$$y^* = \frac{\mu_T - R_f}{a\sigma_T^2}$$

ดังนั้น risk aversion a มีผลต่อสัดส่วนระหว่าง risk-free asset กับ T แต่ภายใต้ separation theorem ไม่เปลี่ยนองค์ประกอบภายใน T หาก $0 < y^* < 1$ นักลงทุนทั้งให้กู้และถือพอร์ตเสี่ยง ถ้า $y^* > 1$ จะต้องกู้ที่ R_f ตามแบบจำลอง และถ้ามี borrowing/leverage constraints คำตอบจะถูกตัดด้วยข้อจำกัดและไม่จำเป็นต้องเท่ากับสูตรแบบไม่จำกัด

8.6 Market Portfolio และ Capital Market Line

ภายใต้ equilibrium assumptions ถ้านักลงทุนทุกคนมองเห็น risky tangency portfolio เดียวกัน การรวม demand ของนักลงทุนต้องสอดคล้องกับ aggregate supply ของ risky assets ใน market clearing ดังนั้นพอร์ตเสี่ยงที่ถือโดยรวมต้องมียอดประกอบตามมูลค่าตลาดของสินทรัพย์ที่มีอยู่ และจึงระบุ tangency portfolio กับ theoretical market portfolio M [48]

ถ้า V_i เป็นมูลค่าตลาดของ risky asset i

$$w_i^M = \frac{V_i}{\sum_{j=1}^n V_j}$$

ข้อสังเกต

Theoretical market portfolio ควรรวมสินทรัพย์เสี่ยงที่ลงทุนได้ทั้งหมดตามกรอบทฤษฎี ไม่ใช่เฉพาะหุ้นจดทะเบียน การใช้ดัชนีหุ้น เช่น SET, SET50 หรือดัชนีตลาดอื่น เป็น market proxy จึงทำให้เกิด

market-proxy problem และทำให้ beta กับ alpha ขึ้นกับ benchmark ที่เลือก ประเด็นนี้มีผลโดยตรงต่อการทดสอบ CAPM เพราะ “market portfolio ที่แท้จริง” ไม่สามารถสังเกตได้ครบถ้วน

เมื่อ $T = M$ เส้น CAL ที่มีความชันสูงสุดเรียกว่า Capital Market Line

Capital Market Line

$$\mathbb{E}(R_C) = R_f + \frac{\mathbb{E}(R_M) - R_f}{\sigma_M} \sigma_C$$

ประเด็นที่ต้องระวัง

CML ใช้กับ efficient complete portfolios ที่เป็นการผสม risk-free asset กับ market portfolio ไม่ใช่สมการ required return ของหลักทรัพย์รายตัวทุกตัว หลักทรัพย์รายตัวที่ไม่มีประสิทธิภาพอาจอยู่ใต้ CML ในระนาบ (σ, μ) ได้โดยไม่ขัดกับ CAPM เพราะ total volatility ของหลักทรัพย์มี idiosyncratic risk ที่ไม่ได้รับค่าชดเชยในดุลยภาพ

8.7 จาก Tangency Condition สู่ CAPM

เพราะ market portfolio เป็น tangency portfolio จึงมีสเกลาร์ $k > 0$ ที่ทำให้

$$\mathbf{w}_M = k \Sigma^{-1} (\boldsymbol{\mu} - R_f \mathbf{1}) \quad \Longleftrightarrow \quad \boldsymbol{\mu} - R_f \mathbf{1} = \frac{1}{k} \Sigma \mathbf{w}_M$$

สมการนี้เป็นแกนของ CAPM เพราะด้านซ้ายคือ expected excess returns ส่วนด้านขวาคือ covariance ของสินทรัพย์กับพอร์ตตลาดคูณด้วยค่าคงที่ร่วมกัน

สมาชิกที่ i ของ $\Sigma \mathbf{w}_M$ คือ $(\Sigma \mathbf{w}_M)_i = \text{Cov}(R_i, R_M)$ ดังนั้น

$$\mu_i - R_f = \lambda \text{Cov}(R_i, R_M), \quad \lambda \equiv \frac{1}{k}$$

สำหรับ market portfolio เอง

$$\mu_M - R_f = \lambda \sigma_M^2 \quad \Longrightarrow \quad \lambda = \frac{\mu_M - R_f}{\sigma_M^2}$$

กำหนด

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_M)}{\text{Var}(R_M)}$$

จะได้

ทฤษฎีบท 8.4

ภายใต้ CAPM

$$\mathbb{E}(R_i) = R_f + \beta_i [\mathbb{E}(R_M) - R_f]$$

โดย

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_M)}{\text{Var}(R_M)} = \rho_{iM} \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$$

สมการนี้แสดงว่า expected-return premium ถูกกำหนดโดย covariance กับ market portfolio ไม่ใช่ total variance ของสินทรัพย์รายตัว โดย $\beta_M = 1$ และสินทรัพย์ปราศจากความเสี่งมี $\beta_f = 0$ ในกรอบพื้นฐาน สำหรับพอร์ต P ที่มีน้ำหนัก w_i ยังได้

$$\beta_P = \frac{\text{Cov}(R_P, R_M)}{\text{Var}(R_M)} = \sum_i w_i \beta_i$$

จึงทำให้ CAPM เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นที่ใช้ได้ทั้งกับหลักทรัพย์รายตัวและพอร์ตเมื่อเงื่อนไขของแบบจำลองถือ

8.8 Systematic Risk และ Idiosyncratic Risk

พิจารณา single-index representation โดยกำหนด excess returns

$$X_i \equiv R_i - R_f, \quad X_M \equiv R_M - R_f$$

และเขียน

$$X_i = \alpha_i + \beta_i X_M + \varepsilon_i, \quad \text{Cov}(\varepsilon_i, X_M) = 0$$

จะได้ variance decomposition

$$\text{Var}(X_i) = \beta_i^2 \text{Var}(X_M) + \text{Var}(\varepsilon_i)$$

ถ้า R_f เป็นค่าคงที่ในหนึ่งงวด จะมี $\text{Var}(X_i) = \text{Var}(R_i)$ และ $\text{Var}(X_M) = \sigma_M^2$ ดังนั้น $\beta_i^2 \sigma_M^2$ เป็น market-related systematic variance ภายใน single-index representation ส่วน $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ เป็น residual หรือ idiosyncratic variance

การแยกนี้ช่วยอธิบายว่าทำไมหลักทรัพย์ที่มี volatility สูงไม่จำเป็นต้องมี expected return สูงตาม CAPM หาก volatility ส่วนใหญ่เกิดจาก residual risk ที่สามารถลดลงได้ด้วย diversification

ประเด็นที่ต้องระวัง

คำว่า systematic risk ขึ้นกับแบบจำลองที่ใช้ ใน CAPM หมายถึง market beta risk แต่ใน multi-factor model อาจมี systematic exposures หลายมิติ เช่น size, value, profitability หรือ macro factors

8.9 Capital Market Line กับ Security Market Line

ความแตกต่างระหว่าง CML และ SML เป็นจุดที่ต้องแยกอย่างเคร่งครัด

ตารางที่ 8.2: เปรียบเทียบ Capital Market Line และ Security Market Line

	CML	SML
แกนนอน	total risk σ	systematic exposure β
ใช้กับ	efficient complete portfolios	หลัก ทรัพย์ หรือ พอร์ต ใด ๆ ภายใต้ CAPM
จุดตัดแกน	R_f	R_f
ความชัน	$(\mu_M - R_f)/\sigma_M$	$\mu_M - R_f$
แกนความคิด	portfolio efficiency	equilibrium pricing of beta risk

ในเชิงเรขาคณิต จุด market portfolio M เป็นจุดเชื่อมของสองแนวคิด: บน CML จุด M มีพิกัด (σ_M, μ_M) และบน SML จุดเดียวกันมีพิกัด $(\beta_M = 1, \mu_M)$ แต่หลักทรัพย์รายตัวทั่วไปไม่จำเป็นต้องอยู่บน CML แม้ภายใต้ CAPM ขณะที่ expected return ของหลักทรัพย์ที่ correctly priced ต้องอยู่บน SML

Security Market Line คือ

Security Market Line

$$\mathbb{E}(R_i) = R_f + \beta_i [\mathbb{E}(R_M) - R_f]$$

ตัวอย่าง 8.2. ถ้า $R_f = 3\%$, $\mathbb{E}(R_M) = 9\%$ และ $\beta_i = 1.25$ จะได้ market risk premium เท่ากับ 6% และ CAPM required return คือ

$$3\% + 1.25(9\% - 3\%) = 10.5\%$$

ค่า 10.5% เป็น model-implied expected-return benchmark ไม่ใช่คำพยากรณ์ว่า realized return ในงวดถัดไปต้องเท่ากับ 10.5%

8.10 Market Model, Characteristic Line และการประมาณ Beta

สำหรับข้อมูลตามเวลา สามารถประมาณ regression

$$R_{i,t} - R_{f,t} = \alpha_i + \beta_i(R_{M,t} - R_{f,t}) + \varepsilon_{i,t} \quad (8.1)$$

ภายใต้ OLS ที่มี intercept

$$\hat{\beta}_i = \frac{\widehat{\text{Cov}}(R_i - R_f, R_M - R_f)}{\widehat{\text{Var}}(R_M - R_f)}$$

เมื่อ R_f เป็นค่าคงที่ใน sample สูตรนี้ลดรูปเป็น

$$\hat{\beta}_i = \frac{\widehat{\text{Cov}}(R_i, R_M)}{\widehat{\text{Var}}(R_M)}$$

แต่หาก $R_{f,t}$ เปลี่ยนตามเวลา ไม่ควรสลับระหว่าง raw-return beta กับ excess-return beta โดยไม่ตรวจสอบ เพราะ covariance terms ที่เกี่ยวกับ $R_{f,t}$ อาจไม่หายไป

Beta เป็นค่าที่ไม่มีหน่วยและไม่ต้อง annualize แต่ $\hat{\alpha}$ มีหน่วยตามความถี่ของข้อมูล เช่น รายวันหรือรายเดือน การเปรียบเทียบ alpha ข้ามความถี่จึงต้องใช้วิธีแปลงหน่วยที่สอดคล้องกับนิยาม return

ขั้นตอนประมาณ Beta ที่ตรวจสอบซ้ำได้

1. กำหนด market proxy, risk-free proxy, horizon และ currency
2. ใช้ราคาที่ปรับ corporate actions และจัด trading dates ให้ตรงกัน
3. แปลง risk-free rate ให้เป็นหน่วยเวลาเดียวกับ asset returns
4. สร้าง asset และ market excess returns
5. ประมาณ $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, standard errors, confidence intervals และ R^2
6. ตรวจสอบ residuals, influential observations, heteroskedasticity และ autocorrelation ตามความเหมาะสม
7. ตรวจสอบ rolling beta และ structural breaks
8. ทดสอบความไวต่อ market proxy และ estimation window

ข้อสังเกต

Time-series regression ของหลักทรัพย์หนึ่งตัวช่วยตรวจว่า excess return เคลื่อนไหวร่วมกับ market proxy อย่างไร และช่วยประมาณ α_i, β_i แต่ CAPM เป็นข้อเสนอเชิง cross-sectional เกี่ยวกับ expected returns ของสินทรัพย์หลายตัว ดังนั้นการพบว่า regression ของสินทรัพย์หนึ่งตัวมี R^2 สูง หรือ β มีนัยสำคัญ ไม่ใช่ว่าการทดสอบ CAPM อย่างครบถ้วนด้วยตัวมันเอง

ประเด็นที่ต้องระวัง

การรายงานเพียง $\hat{\beta}$ โดยไม่มี standard error, confidence interval, sample period และ market proxy ทำให้ผลประมาณตีความได้ไม่ครบถ้วน Beta เป็น estimated parameter ไม่ใช่ค่าคงที่ที่ทราบแน่นอน และ standard errors ควรสอดคล้องกับลักษณะ residual เช่น heteroskedasticity หรือ serial dependence เมื่อมีเหตุผลเชิงข้อมูลรองรับ

8.11 Jensen's Alpha และความหมายของ Regression Intercept

ใน regression (8.1) ค่า population intercept คือ

$$\alpha_i = E(R_i - R_f) - \beta_i E(R_M - R_f)$$

ในกรอบหนึ่งงวดที่ R_f เป็นค่าคงที่ สามารถเขียนเทียบกับ CAPM benchmark ได้เป็น

Jensen's Alpha

$$\alpha_i = E(R_i) - \{R_f + \beta_i[E(R_M) - R_f]\}$$

ภายใต้ CAPM ที่ถืออย่างสมบูรณ์ในประชากรและใช้ market portfolio ที่ถูกต้อง จะมี $\alpha_i = 0$ แต่ในข้อมูลจริง $\hat{\alpha}_i \neq 0$ อาจเกิดจาก sampling error, omitted factors, benchmark misspecification, changing beta, transaction costs หรือ genuine abnormal performance ดังนั้น alpha เป็นผลรวมของ “performance” และ “model specification” ไม่ใช่มาตรวัด skill ที่บริสุทธิ์โดยอัตโนมัติ

ประเด็นที่ต้องระวัง

Positive estimated alpha ไม่เท่ากับ หลักฐาน arbitrage และไม่ควรถูกสรุปว่าเป็น skill โดยไม่ตรวจ statistical significance, economic significance, multiple testing และ out-of-sample persistence

8.12 CAPM Required Return และการประเมินมูลค่า

CAPM สามารถใช้สร้าง required return ของส่วนผู้ถือหุ้น

$$k_e = R_f + \beta_e[E(R_M) - R_f]$$

แล้วใช้เป็น discount rate ใน equity valuation โดยต้องให้ horizon, currency, nominal/real convention และความเสถียรของ cash flows สอดคล้องกัน ตัวอย่างเช่น constant-growth dividend model

$$P_0 = \frac{D_1}{k_e - g}, \quad k_e > g$$

เงื่อนไข $k_e > g$ ไม่ใช่เพียงเงื่อนไขทางพีชคณิต แต่ทำให้ present value ของกระแสเงินปันผลที่เติบโตถาวรลูเข้า และเมื่อ $k_e - g$ มีค่าน้อย มูลค่าจะไวต่อ estimation error ของทั้ง k_e และ g มาก

ประเด็นที่ต้องระวัง

ถ้า intrinsic value ที่ได้จาก valuation model ต่างจากราคาตลาด ความแตกต่างดังกล่าวไม่ใช่ arbitrage โดยอัตโนมัติ เพราะ valuation ขึ้นกับประมาณการ cash flows, growth, beta, market premium และ model assumptions และยังมีความเสี่ยงที่ราคาอาจไม่ converge ตามที่คาด

8.13 Arbitrage Pricing Theory และ Factor Pricing

CAPM ใช้ market factor เดียว APT เปิดทางให้ expected returns เชื่อมกับ systematic factors หลายตัวภายใต้หลัก no-arbitrage [42]

สมมติ factor model

$$R_i = a_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} F_k + \varepsilon_i \quad \Longleftrightarrow \quad \mathbf{R} = \mathbf{a} + \mathbf{B}\mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

โดย $\mathbf{B}$ เป็น matrix ของ factor loadings และ b_{ik} วัด sensitivity ของสินทรัพย์ i ต่อ factor k ภายใต้ normalization ที่เลือก

ถ้า idiosyncratic components สามารถกระจายออกได้เพียงพอ มีสินทรัพย์จำนวนมาก และไม่มี arbitrage แล้ว expected returns ต้องสอดคล้องกับ factor exposures ในรูปเชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขของ APT

Linear Factor Pricing Relation

$$\mathbb{E}(R_i) = R_f + \sum_{k=1}^K b_{ik} \lambda_k$$

เมื่อ λ_k คือ factor risk premium หรือราคาค่าชดเชยต่อหนึ่งหน่วย factor exposure ของ factor k ภายใต้ normalization ที่กำหนด หาก factor เป็น traded excess-return portfolio บางการกำหนดอาจทำให้ λ_k เชื่อมโดยตรงกับ expected factor return แต่สำหรับ non-traded factors ไม่ควรตีความ λ_k ว่าเท่ากับค่าเฉลี่ยของ factor โดยอัตโนมัติ

8.13.1 แนวคิด No-Arbitrage ด้วย Factor-Neutral Portfolio

พิจารณาพอร์ต $\mathbf{x}$ ที่

$$\mathbf{1}^T \mathbf{x} = 0$$

และ

$$\mathbf{B}^T \mathbf{x} = 0$$

กล่าวคือเป็น zero-net-investment portfolio และไม่มี factor exposure

ถ้า idiosyncratic risk ของพอร์ตลักษณะนี้ถูกกระจายจนมีขนาดเล็ก แต่

$$\mathbf{x}^T \mathbb{E}(\mathbf{R}) \neq 0$$

จะเกิด pricing inconsistency ที่สามารถสร้างลำดับพอร์ตซึ่งมีความเสี่ยงลดลงแต่ยังคง expected payoff ไม่เป็นศูนย์ใน asymptotic APT argument ดังนั้น expected returns ต้องอยู่ใกล้ affine span ของ factor loadings ภายใต้เงื่อนไขของทฤษฎี

ประเด็นที่ต้องระวัง

APT เป็นผล no-arbitrage เชิง asymptotic ภายใต้เงื่อนไขเกี่ยวกับจำนวนสินทรัพย์และการกระจาย idiosyncratic risk การที่พอร์ต finite-sample มี factor exposure ใกล้ศูนย์และมีค่าเฉลี่ยผลตอบแทนไม่เป็นศูนย์จึงยังไม่เพียงพอที่จะประกาศว่าเป็น “riskless arbitrage” โดยไม่ตรวจ residual risk, estimation error และ trading frictions

ข้อสังเกต

APT ไม่ได้ระบุโดยตัวทฤษฎีเองว่า factors ต้องเป็นตัวใด การเลือก factors จึงเป็นทั้ง economic-modeling problem และ empirical-validation problem

8.14 CAPM, Market Model, APT และ Empirical Factor Models

ตารางที่ 8.3: เปรียบเทียบแบบจำลองที่เกี่ยวข้องกับผลตอบแทนและปัจจัยเสี่ยง

แบบจำลอง	แกนหลัก	สิ่งที่อธิบาย	ข้อควรระวัง
CAPM	market beta	equilibrium expected return	strong assumptions และ market-proxy problem
Market model	statistical market regression	return co-movement	ไม่ใช่ equilibrium pricing model โดยตัวมันเอง
APT	multiple systematic factors + no-arbitrage	linear expected-return relation	factor identification ไม่ได้กำหนดตายตัว
Empirical factor model	observed factor portfolios/signals	cross-sectional/time-series return structure	data mining, factor proliferation, instability

งาน empirical asset pricing มักใช้ factor models ที่ขยายจาก market factor เช่น Fama–French three-factor model [20] แบบจำลองเชิงประจักษ์ลักษณะนี้อาจใช้เพื่ออธิบายหรือวัด exposures ของผลตอบแทน แต่ไม่ควรถูกเรียกว่า APT โดยอัตโนมัติเพียงเพราะมีหลาย factors เพราะ APT เป็นทฤษฎี pricing จาก no-arbitrage ขณะที่ empirical factor regression เป็น specification ที่ต้องได้รับการตรวจสอบด้วยข้อมูล

ตัวอย่าง representation คือ

$$R_{i,t} - R_{f,t} = \alpha_i + \beta_{iM}MKT_t + \beta_{iS}SMB_t + \beta_{iH}HML_t + \varepsilon_{i,t}$$

โดยทั่วไป MKT_t แทน market excess return ส่วน SMB_t และ HML_t เป็น factor returns ที่สร้างจากพอร์ตตามนิยามของแบบจำลอง

ประเด็นที่ต้องระวัง

การเพิ่ม factors แล้ว R^2 สูงขึ้นไม่เพียงพอที่จะสรุปว่าแบบจำลองดีกว่า ต้องตรวจ economic rationale, parameter uncertainty, factor correlation, multiple testing และ out-of-sample performance นอกจากนี้ factor ที่มีนัยสำคัญเชิง time series ไม่ได้แปลว่าจะมี risk premium เชิง cross section ที่เสถียรเสมอไป

8.15 กรณีศึกษางานวิจัย: Beta และ Correlation ในหลักทรัพย์ SET50

งานวิจัยของ Witayakiattilerd และคณะใช้ข้อมูลหลักทรัพย์ในกลุ่ม SET50 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง beta, correlation และการสร้างกลยุทธ์พอร์ต [68]

จากงานวิจัยสู่การประยุกต์: Beta เป็น Sensitivity Estimate ไม่ใช่ Ranking Score

บทเรียนเชิงวิธีวิทยาที่สำคัญคือ beta ต้องถูกอ่านเป็น sensitivity ต่อ market proxy ภายใน sample และ specification ที่กำหนด

aligned returns $\rightarrow$ market proxy $\rightarrow \hat{\beta}$
 $\rightarrow$ stability diagnostics $\rightarrow$ portfolio use

ค่าประมาณจาก historical sample ไม่ใช่ beta ปัจจุบันโดยอัตโนมัติ และ beta สูงหรือต่ำไม่ใช่การจัดอันดับว่าหลักทรัพย์ดีหรือไม่ดี ในการนำไปสร้างพอร์ต beta จึงควรถูกใช้ร่วมกับ correlation/covariance structure, estimation window และวัตถุประสงค์ของพอร์ต ไม่ควรใช้เป็น ranking score เพียงมิติเดียว

8.16 Model Validation สำหรับ Asset Pricing

แบบจำลอง asset pricing ควรถูกประเมินมากกว่าการดู coefficient และ R^2 โดยต้องเริ่มจากคำถามก่อนว่าใช้โมเดลเพื่อ pricing, performance attribution, risk exposure หรือ prediction เพราะเกณฑ์การประเมินแต่ละวัตถุประสงค์ไม่เหมือนกัน

ตารางที่ 8.4: Asset-Pricing Model Validation Checklist

องค์ประกอบ	คำถามตรวจสอบ	ความเสี่ยงหากละเลย
Question	ต้องการ required return, attribution หรือ prediction	ใช้โมเดลผิดพลาดสูง
Market proxy	proxy แทน theoretical market ได้เพียงใด	beta/alpha เปลี่ยนตาม benchmark
Risk-free rate	tenor, frequency, currency ตรงหรือไม่	excess return ผิดหน่วย
Return data	total/price return และ corporate actions	coefficient biased จากข้อมูลผิด
Window	sample period และ frequency	parameter instability
Inference	SE, CI, robust errors ตาม ความเหมาะสม	มั่นใจใน coefficient มากเกินไป
Breaks	regime หรือ structural change	full-sample beta ปิดบัง dynamics
Factors	economic rationale และ redundancy	factor proliferation
Multiple tests	จำนวน hypotheses ที่ลอง	false discoveries
Out-of-sample	ผลยังคงอยู่หลัง estimation period หรือไม่	in-sample overfit
Economic significance	หลัง costs ยังมีความหมายหรือไม่	statistical significance ที่ใช้จริงไม่ได้

Validation Loop

กระบวนการที่ตรวจสอบซ้ำได้ควรเป็น

Question → Proxy/Factors → Estimate
 → Diagnostics → Sensitivity
 → Out-of-Sample → Decision/Revision

พร้อมบันทึก data lineage, transformations, parameter choices และ model version และต้องแยกให้ชัดระหว่าง *time-series fit* ซึ่งตรวจ exposures/alpha กับ *cross-sectional pricing* ซึ่งตรวจว่าความแตกต่างของ expected returns ระหว่างสินทรัพย์สัมพันธ์กับ priced exposures ตามทฤษฎีหรือไม่

ไม่

8.17 Investment Lab: CAPM และ Factor Model

Investment Lab: Excel: Beta, SML และ Rolling Stability

เลือกหลักทรัพย์อย่างน้อย 5 รายการ พร้อม market proxy และ risk-free series แล้วสร้าง

1. adjusted-return matrix ที่จัดวันตรงกัน
2. asset และ market excess returns
3. beta จาก covariance/variance
4. beta และ alpha จาก regression
5. standard error และ R^2
6. CAPM required return
7. Security Market Line
8. rolling beta อย่างน้อย 3 window lengths
9. sensitivity ต่อ market proxy

อธิบายความแตกต่างระหว่าง realized average return, CAPM required return และ regression alpha โดยไม่ใช้คำว่า arbitrage เว้นแต่พิสูจน์เงื่อนไข arbitrage ได้จริง

Investment Lab: Python: Asset-Pricing Validation

สร้างหรือปรับโมเดลให้มีฟังก์ชันอย่างน้อย

- tangency_weights(mu, cov, rf)
- capm_required_return(beta, rf, market_premium)
- estimate_capm(asset, market, rf)
- rolling_beta(asset, market, rf, window)
- factor_regression(excess, factors)
- parameter_stability(...)
- out_of_sample_pricing_test(...)

unit tests ควรตรวจ tangency normalization, maximum-Sharpe direction, beta covariance identity, CAPM pricing identity ใน simulated equilibrium data และ consistency ของ periodic

8.18 ข้อจำกัดของ CAPM และ Factor Models

1. theoretical market portfolio ไม่สามารถสังเกตได้โดยสมบูรณ์
2. beta เป็นค่าประมาณและอาจเปลี่ยนตามเวลา
3. expected market premium ไม่ได้ทราบแน่นอน
4. borrowing rate และ lending rate ในโลกจริงอาจต่างกัน
5. taxes, transaction costs, liquidity และ leverage constraints เปลี่ยน feasible set
6. returns อาจมี nonlinear dependence, asymmetry และ tail risk
7. empirical factors อาจเกิดจาก risk compensation, behavioral effects หรือ data mining
8. statistical fit ไม่รับประกัน economic validity

ข้อจำกัดเหล่านี้ทำให้ asset-pricing model ควรถูกใช้เป็น benchmark และ diagnostic framework พร้อม uncertainty analysis มากกว่าถูกใช้เป็นสูตรพยากรณ์แบบกำหนดแน่นอน โดยเฉพาะ CAPM ซึ่งเป็น equilibrium statement เกี่ยวกับ expected returns ไม่ใช่ short-horizon forecasting equation ของ realized returns

8.19 สะพานสู่ Portfolio Optimization

บทนี้ให้โครงสร้างเชิงทฤษฎีของ tangency portfolio

$$\mathbf{w}_T \propto \Sigma^{-1}(\mu - R_f \mathbf{1})$$

แต่การลงทุนจริงต้องเผชิญ constraints และ costs เช่น

$$\mathbf{w}_i \geq 0, \quad \ell_i \leq w_i \leq u_i, \quad \sum_i |w_i - w_i^{\text{old}}| \leq \tau$$

รวมถึง transaction costs, liquidity limits และ estimation uncertainty ซึ่งทำให้ closed-form tangency solution เป็นจุดอ้างอิงมากกว่าคำตอบที่นำไปซื้อขายได้ทันที

บทที่ 9 จึงเปลี่ยน maximum-Sharpe และ risk-based portfolio construction ให้เป็น numerical optimization problems ที่สามารถรองรับข้อจำกัดจริง

บทสรุปท้ายบท

การเพิ่ม risk-free asset เปลี่ยน Markowitz problem จากการเลือกจุดบน risky efficient frontier ไปสู่การเลือก risky portfolio ที่สร้าง CAL ขั้นที่สุด

สำหรับ risky portfolio P

$$\mu_C = R_f + \frac{\mu_P - R_f}{\sigma_P} \sigma_C$$

และ tangency portfolio คือ

$$w_T = \frac{\Sigma^{-1}(\mu - R_f \mathbf{1})}{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1}(\mu - R_f \mathbf{1})}$$

ภายใต้ equilibrium assumptions tangency portfolio ตรงกับ market portfolio และได้ CML

$$\mathbb{E}(R_C) = R_f + \frac{\mathbb{E}(R_M) - R_f}{\sigma_M} \sigma_C$$

CAPM เปลี่ยนจาก total-risk relation ของ efficient portfolios ไปสู่ beta-pricing relation สำหรับหลักทรัพย์และพอร์ต

$$\mathbb{E}(R_i) = R_f + \beta_i [\mathbb{E}(R_M) - R_f]$$

โดย

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_M)}{\text{Var}(R_M)}$$

CML จึงใช้ σ ขณะที่ SML ใช้ β และทั้งสองเส้นไม่ควรถูกใช้แทนกัน

Regression ของ excess returns ช่วยประมาณ beta และ Jensen's alpha แต่ coefficient ต้องรายงานพร้อม uncertainty, sample period, market proxy และ stability diagnostics และต้องไม่สับสนระหว่าง time-series market model กับข้อเสนอเชิง cross-sectional ของ CAPM

APT และ factor models ขยาย systematic-risk representation จาก market factor เดียวไปสู่

หลาย factors แต่การเพิ่ม factors ต้องมี economic rationale และผ่าน out-of-sample validation โดย no-arbitrage relation ของ APT ไม่เท่ากับการรับรองว่า empirical factor ใด ๆ เป็น priced factor โดยอัตโนมัติ

สาระสำคัญของบทนี้จึงไม่ใช่เพียงการจำสูตร CAPM แต่คือการเข้าใจลำดับ

portfolio geometry $\rightarrow$ equilibrium $\rightarrow$ risk pricing
 $\rightarrow$ empirical estimation $\rightarrow$ model validation

คำศัพท์สำคัญ

- Risk-free asset
- Capital Allocation Line
- Tangency portfolio
- Maximum Sharpe ratio
- Two-fund separation
- Market portfolio
- Capital Market Line
- Capital Asset Pricing Model
- Security Market Line
- Market risk premium
- Beta
- Systematic risk
- Idiosyncratic risk
- Market model
- Characteristic line
- Jensen's alpha
- Required return
- Arbitrage Pricing Theory
- Factor loading
- Factor risk premium
- Market-proxy problem
- Rolling beta
- Structural break
- Model validation

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. อธิบายความแตกต่างระหว่าง market efficiency กับ CAPM equilibrium
2. ให้ $R_f = 3\%$, $\mu_P = 11\%$, $\sigma_P = 15\%$ จงเขียนสมการ CAL และหา Sharpe ratio
3. ถ้า $y = 0.75$ ในข้อก่อน จงหา μ_C และ σ_C
4. ถ้า $y = 1.30$ จงตีความน้ำหนักของ risk-free asset
5. พิสูจน์ tangency-portfolio formula ด้วย Cauchy-Schwarz inequality

6. พิสูจน์สูตร maximum Sharpe ratio
7. อธิบายเหตุผลที่ tangency formula แบบ unconstrained ใช้กับ long-only problem โดยตรงไม่ได้
8. ใช้ mean-variance utility พิสูจน์ว่า $y^* = (\mu_T - R_f)/(a\sigma_T^2)$
9. อธิบาย two-fund separation และระบุสมมติฐานสำคัญที่ทำให้ผลนี้เกิดขึ้น
10. อธิบาย market-proxy problem และผลต่อ estimated beta
11. พิสูจน์ CAPM จาก tangency condition ของ market portfolio
12. แสดงว่า $\beta_i = \rho_{iM}\sigma_i/\sigma_M$
13. หลักทรัพย์มี $\beta = 1.20$, $R_f = 2.5\%$ และ expected market return 8.5% จงหา CAPM required return
14. เปรียบเทียบ CML กับ SML ในด้านแกนนอนและขอบเขตของพอร์ตที่ใช้ได้
15. พิสูจน์ variance decomposition ใน single-index model ภายใต้อัน $\text{Cov}(\varepsilon_i, R_M) = 0$
16. อธิบายว่าทำไม beta ไม่ใช่มาตรวัด total risk
17. เขียน CAPM excess-return regression และอธิบายความหมายของ α , β และ ε
18. อธิบายว่าทำไม $\hat{\alpha} > 0$ ไม่ได้พิสูจน์ arbitrage
19. ออกแบบ rolling-beta experiment โดยไม่ใช้ข้อมูลอนาคต
20. อธิบายผลของการเปลี่ยน market proxy ต่อ beta และ alpha
21. ใช้ CAPM หา k_e แล้วเขียน constant-growth dividend valuation formula พร้อมระบุเงื่อนไข
22. อธิบายความแตกต่างระหว่าง CAPM กับ market model
23. เขียน multi-factor return model ในรูปเวกเตอร์-เมทริกซ์
24. อธิบาย intuition ของ APT ผ่าน zero-investment factor-neutral portfolio
25. เปรียบเทียบ CAPM, APT และ empirical factor models
26. อธิบายว่าทำไมการเพิ่ม factors เพื่อเพิ่ม R^2 อย่างเดียวอาจนำไปสู่ overfitting
27. ออกแบบ asset-pricing validation pipeline ที่มี estimation, diagnostics, sensitivity และ out-of-sample stages
28. อธิบาย joint-hypothesis problem ในการทดสอบ market efficiency และยกตัวอย่างว่าความผิดพลาดของ expected-return benchmark ทำให้ตีความ abnormal return ผิดได้อย่างไร
29. สมมติว่า $\mathbf{1}^T \Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu} - R_f \mathbf{1}) \leq 0$ จงอธิบายว่าเหตุใดต้องตรวจเงื่อนไขก่อนใช้สูตร tangency portfolio แบบ normalize เต็มเงินลงทุน

คำถามชวนคิด

1. ถ้าไม่มีสินทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยงจริงใน horizon ที่ศึกษา ควรตีความ R_f อย่างไร
2. หาก borrowing rate สูงกว่า lending rate อย่างมาก two-fund separation จะเปลี่ยนไปอย่างไร
3. หาก theoretical market portfolio สังเกตไม่ได้ เราสามารถทดสอบ CAPM อย่างเด็ดขาดได้หรือไม่
4. Positive alpha ที่คงอยู่หลายปีอาจเกิดจาก skill, omitted factor หรือ benchmark error ได้อย่างไร
5. Factor premium ที่เคยเป็นบวกในอดีตควรถูกถือว่าเป็น expected premium ในอนาคตหรือไม่
6. CAPM มีคุณค่าอย่างไรแม้ empirical evidence จะไม่สนับสนุนสมมติฐานทุกข้ออย่างสมบูรณ์
7. หากหลักทรัพย์รายตัวมี volatility สูงแต่ beta ต่ำ เหตุใดหลักทรัพย์นั้นอาจอยู่ต่ำกว่า CML แต่ยังสามารถคล้อยกับ SML ภายใต้ CAPM ได้

เอกสารอ้างอิงท้ายบทที่ 8

- [19] Eugene F. Fama. “Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work”. In: *The Journal of Finance* 25.2 (1970), pp. 383–417. DOI: [10.2307/2325486](https://doi.org/10.2307/2325486).
- [20] Eugene F. Fama and Kenneth R. French. “Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds”. In: *Journal of Financial Economics* 33.1 (1993), pp. 3–56.
- [33] Harry Markowitz. “Portfolio Selection”. In: *The Journal of Finance* 7.1 (1952), pp. 77–91. DOI: [10.2307/2975974](https://doi.org/10.2307/2975974).
- [42] Stephen A. Ross. “The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing”. In: *Journal of Economic Theory* 13.3 (1976), pp. 341–360.
- [48] William F. Sharpe. “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”. In: *The Journal of Finance* 19.3 (1964), pp. 425–442.
- [68] Wichai Witayakiattilerd, C. Neamsri, T. Attthaphichan, C. Boontam, and P. Senarat. “Unleashing the Potential: Exploring Cashless Investment Strategies through Short-Selling Techniques and Modern Portfolio Theory”. In: *Thailand Statistician* 23.4 (2025), pp. 875–892.

Part IV

การสร้างและบริหารพอร์ตจริง

