

บทที่ 11 การบริหารความเสี่ยงของพอร์ต

วัตถุประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทนี้ ผู้อ่านควรสามารถ

1. สร้าง ตัวแปร ชาติทุน ของ พอร์ต คำนวณ Portfolio VaR และ Expected Shortfall ด้วย วิธี Parametric และ Historical Simulation และสร้าง conditional covariance ด้วย EWMA
2. แยกความเสี่ยงรวมด้วย Marginal VaR, Component VaR และ Euler decomposition
3. ตรวจสอบ VaR model ด้วย exception rate, Violation Ratio, Kupiec test และ Christoffersen test
4. ออกแบบ historical, hypothetical และ reverse stress tests และเชื่อมผลลัพธ์กับ risk limits
5. ประเมิน concentration, liquidity, drawdown, factor และ basis risk ในระดับพอร์ต
6. ออกแบบ hedge ด้วย index futures, minimum-variance hedge ratio และ protective options
7. แยก ความ แตก ต่าง ระหว่าง risk measurement, risk limits, risk appetite และ risk governance
8. สร้าง risk dashboard ที่เชื่อม measurement, validation, stress, liquidity และ action
9. ออกแบบ rolling backtest โดยหลีกเลี่ยง look-ahead bias และตรวจสอบ model deterioration

11.1 บทนำ: จากการวัดความเสี่ยงสู่การควบคุมความเสี่ยง

บทที่ 3 พัฒนามาตรวัดความเสี่ยงในระดับสินทรัพย์ บทที่ 6 รวมความเสี่ยงผ่าน covariance structure บทที่ 9 ใช้ความเสี่ยงเป็นส่วนหนึ่งของ objective และ constraints และบทที่ 10 เชื่อมพอร์ตกับ policy และ rebalancing บทนี้รวมองค์ประกอบเหล่านั้นเป็นวงจรการบริหารความเสี่ยงของพอร์ต

Positions → Measurement → Validation → Limits → Action → Review

บทนี้ครอบคลุม VaR/ES, Component VaR, backtesting, stress testing, liquidity, concentration และ hedging โดยจัดความสัมพันธ์ของเครื่องมือเหล่านี้ให้แยก *risk measurement* ออกจาก *risk management*

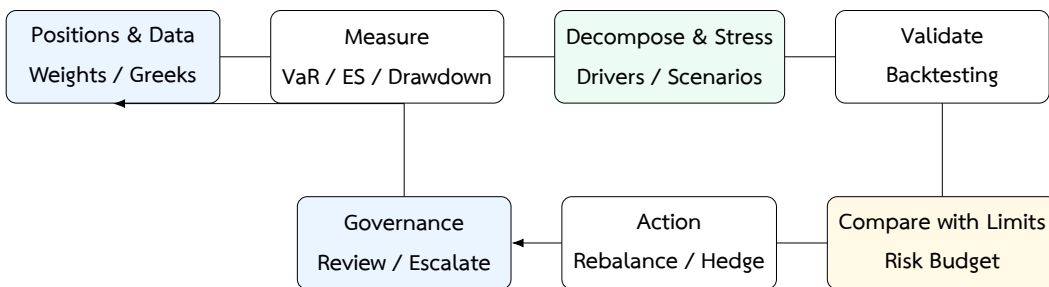
อย่างชัดเจน กล่าวคือ ตัวเลขความเสี่ยงมีหน้าที่บอกสถานะและความไม่แน่นอนของพอร์ต ส่วนการบริหารความเสี่ยงต้องนำตัวเลขนั้นไปเทียบกับความสามารถรับความเสียหาย ข้อจำกัด สภาพคล่อง และต้นทุนของการดำเนินการ ก่อนตัดสินใจว่าจะยอมรับ ลด โอน หรือหลีกเลี่ยงความเสี่ยง

บทนิยาม 11.1

ให้ $V_t > 0$ เป็นมูลค่าพอร์ตต้นงวด และ $R_{p,t+1}$ เป็นผลตอบแทนพอร์ตหนึ่งงวด นิยามขาดทุนเชิงมูลค่าเป็น

$$L_{t+1} = -V_t R_{p,t+1}$$

ดังนั้น $L_{t+1} > 0$ หมายถึงขาดทุน และ $L_{t+1} < 0$ หมายถึงกำไร



รูปที่ 11.1: วงจรการบริหารความเสี่ยงของพอร์ตจากข้อมูลและสถานะจริงไปสู่การวัด การตรวจสอบ การเทียบกับข้อจำกัด และการดำเนินการ

รูปที่ 11.1 เน้นว่าการวัดความเสี่ยงไม่ใช่ปลายทางของกระบวนการ ตัวเลขที่ได้ต้องย้อนตรวจกับข้อมูลและแบบจำลอง ผ่าน stress/backtest แล้วจึงนำไปเทียบกับ limit ก่อนเกิด action การจัดลำดับเช่นนี้ช่วยลดปัญหา “ตัวเลขถูกแต่การตัดสินใจผิด” เช่น VaR อยู่ในกรอบแต่พอร์ตมีสภาพคล่องไม่พอสำหรับการลดสถานะเมื่อเกิดวิกฤต

11.2 Risk Appetite, Risk Capacity และ Risk Limits

บทนิยาม 11.2

Risk capacity คือความสามารถทางเศรษฐกิจในการรับความเสียหายโดยไม่ทำให้เป้าหมายหรือภาระสำคัญเสียหาย

Risk tolerance คือระดับความไม่แน่นอนหรือการขาดทุนที่ผู้ลงทุนยอมรับได้ในทางพฤติกรรมและเชิงนโยบาย โดยในบริบทผู้ลงทุนรายบุคคลมีความหมายใกล้เคียงกับ risk willingness ที่ใช้ในบทต้นของตำรา

Risk appetite คือปริมาณและประเภทของความเสี่ยงที่องค์กรหรือผู้ลงทุนตั้งใจรับเพื่อบรรลุวัตถุประสงค์

Risk limit คือข้อจำกัดเชิงปฏิบัติที่แปลง risk appetite ไปเป็นตัวเลข กรอบ หรือ trigger ที่ตรวจสอบและบังคับใช้ได้

แนวคิดทั้งสี่อยู่คนละระดับ จึงไม่ควรใช้แทนกัน ตัวอย่างเช่น นักลงทุนอาจมี risk tolerance สูง แต่มี risk capacity ต่ำเพราะต้องใช้จ่ายเงินในเวลาอันใกล้ ในกรณีนี้ limit ควรถูกกำหนดจากข้อจำกัดเชิงเศรษฐกิจที่เข้มกว่า ไม่ใช่จากความเต็มใจรับความผันผวนเพียงอย่างเดียว

ตารางที่ 11.1: ลำดับชั้นจากความสามารถรับความเสียหายสู่ข้อจำกัดที่ใช้ควบคุมพอร์ต

แนวคิด	คำถามหลัก	ตัวอย่างการนำไปใช้
Risk capacity	รับความเสียหายได้เท่าไร โดยไม่กระทบภาระหรือเป้าหมาย	liability, liquidity, drawdown budget
Risk tolerance	ยอมรับความผันผวน และการขาดทุนได้เพียงใด	suitability, behavioral constraint
Risk appetite	ตั้งใจรับความเสี่ยงใด เพื่อบรรลุวัตถุประสงค์	strategic risk budget
Risk limit	จุดควบคุมหรือ trigger ใดใช้บังคับพอร์ต	VaR/ES, beta, issuer, liquidity, leverage

ตัวอย่าง risk limits สามารถเขียนอย่างกระชับเป็น

$$\text{VaR}_{0.99,t} \leq L_{\text{VaR}}, \quad \text{ES}_{0.975,t} \leq L_{\text{ES}}, \quad TE_t \leq L_{TE}, \quad |\beta_t| \leq L_\beta$$

รวมถึง position, sector, issuer, duration, FX, leverage, drawdown และ liquidity limits

ประเด็นที่ต้องระวัง

Risk limit ไม่ควรถูกเลือกจากค่าที่โมเดลปัจจุบันสามารถผ่านได้ง่าย แต่ควรเชื่อมกับ loss-bearing capacity, mandate, liquidity และ escalation process

11.3 Portfolio VaR

ให้ $R_{t+1} \in \mathbb{R}^n$ เป็นเวกเตอร์ผลตอบแทน และ w_t เป็นน้ำหนักหรือ exposure weights ที่ทราบก่อนเกิดผลตอบแทนในงวดถัดไป จะได้

$$R_{p,t+1} = w_t^T R_{t+1}, \quad \mathbb{E}_t(R_{t+1}) = \mu_t, \quad \text{Var}_t(R_{t+1}) = \Sigma_t$$

ดังนั้น

$$\mu_{p,t} = w_t^T \mu_t, \quad \sigma_{p,t}^2 = w_t^T \Sigma_t w_t$$

สูตรนี้ใช้ได้ทั้งพอร์ต long-only และพอร์ตที่มี short/leverage ตราบใดที่นิยาม w_t สอดคล้องกับมูลค่าฐาน V_t และ sign convention ของสถานะ

บทนิยาม 11.3

สำหรับ loss variable L และระดับความเชื่อมั่น $\alpha \in (0, 1)$

$$\text{VaR}_\alpha(L) = \inf\{\ell : \Pr(L \leq \ell) \geq \alpha\}$$

VaR เป็น quantile ของ loss distribution ไม่ใช่ maximum possible loss และไม่ได้อธิบายขนาดความเสียหายที่อยู่สูงกว่าจุด quantile นั้น

ภายใต้ loss convention นี้ ค่า VaR ทางคณิตศาสตร์อาจเป็นลบได้หาก distribution ของผลตอบแทนอยู่ในแดนกำไรมาก การรายงานเชิงปฏิบัติจึงต้องระบุ convention ให้ชัด ไม่ควรบังคับให้ VaR เป็นศูนย์โดยไม่อธิบาย เพราะจะเปลี่ยนนิยามของตัววัด

11.3.1 Delta-Normal VaR

ถ้า

$$R_p \sim N(\mu_p, \sigma_p^2)$$

และนิยาม $L = -V_0 R_p$ จะได้

$$\mu_L = -V_0 \mu_p, \quad \sigma_L = V_0 \sigma_p$$

ดังนั้น

Normal Portfolio VaR

$$\text{VaR}_\alpha = V_0 (z_\alpha \sigma_p - \mu_p)$$

เมื่อ

$$z_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)$$

ตัวอย่าง 11.1. พอร์ตมูลค่า 10 ล้านบาท มี

$$\mu_p = 0.04\%$$

และ

$$\sigma_p = 1.20\%$$

ถ้า

$$z_{0.99} = 2.3263$$

จะได้

$$\text{VaR}_{0.99} = 10,000,000 [2.3263(0.012) - 0.0004]$$

ดังนั้น

$$\text{VaR}_{0.99} \approx 275,156 \text{ บาท}$$

การตีความคือ ภายใต้ Normal model และ horizon 1 วัน quantile ของขาดทุนที่ระดับ 99% อยู่ประมาณ 275,156 บาท

ประเด็นที่ต้องระวัง

VaR ต้องรายงานพร้อม confidence level, horizon, currency, position date และ model specification ตัวเลข “VaR = 1 ล้านบาท” โดยไม่มีข้อมูลเหล่านี้ยังไม่สมบูรณ์ นอกจากนี้การแปลง one-day VaR เป็น h -day VaR ด้วยกฎ $\sqrt{h}$ ต้องอาศัยสมมติฐานเฉพาะ เช่น ความเป็นอิสระและความแปรปรวนคงที่ จึงไม่ควรใช้โดยอัตโนมัติในช่วงที่ volatility และ liquidity เปลี่ยนเร็ว

11.4 Expected Shortfall

บทนิยาม 11.4

Expected Shortfall ที่ระดับ α นิยามโดย

$$\text{ES}_\alpha(L) = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 \text{VaR}_u(L) \, du$$

สำหรับ distribution ต่อเนื่องภายใต้เงื่อนไขปกติสามารถเขียนเป็น

$$\text{ES}_\alpha(L) = \mathbb{E}[L \mid L \geq \text{VaR}_\alpha(L)]$$

ถ้า portfolio return เป็น Normal

Normal Expected Shortfall

$$\text{ES}_\alpha = V_0 \left[-\mu_p + \sigma_p \frac{\phi(z_\alpha)}{1-\alpha} \right]$$

สำหรับตัวอย่างเดิม ที่ $\alpha = 0.99$

$$\frac{\phi(2.3263)}{0.01} \approx 2.6652$$

จึงได้

$$ES_{0.99} \approx 10,000,000 [-0.0004 + 0.012(2.6652)]$$

หรือประมาณ

315,824 บาท

ข้อสังเกต

VaR ตอบว่า tail เริ่มที่ใด ส่วน ES ตอบว่าหลังเข้าสู่ tail แล้วความเสียหายเฉลี่ยรุนแรงเพียงใด จากนิยามแบบอินทิกรัลและ monotonicity ของ quantile จะได้ $ES_\alpha \geq VaR_\alpha$ เมื่อค่าคาดหวังใน tail มีอยู่ ความสัมพันธ์นี้เป็น sanity check ที่สำคัญของ risk engine

Expected Shortfall มีบทบาทสำคัญใน tail-risk optimization และสามารถเขียนเป็น optimization problem ผ่าน auxiliary threshold ตามกรอบของ Rockafellar และ Uryasev [41] นอกจากนี้ ES มีคุณสมบัติ coherent risk measure ภายใต้งื่อนไขมาตรฐาน ขณะที่ VaR อาจไม่เป็น subadditive สำหรับ distribution บางชนิด จึงควรเข้าใจว่าการเลือก VaR หรือ ES ไม่ใช่เพียงการเลือกระดับ confidence แต่เป็นการเลือกคุณสมบัติของ risk measure ด้วย [3]

11.5 Historical Simulation

Historical Simulation ใช้ empirical joint-return scenarios แทนการสมมติ distribution เฉพาะรูป จุดแข็งสำคัญคือการใช้เวกเตอร์ผลตอบแทนของวันเดียวกันทั้งคู่ จึงรักษา dependence ที่เกิดขึ้นจริงระหว่างสินทรัพย์ในแต่ละ scenario ได้ดีกว่าการสุ่มแต่ละสินทรัพย์แยกจากกัน

ให้ historical return vectors เป็น

$$R_1, \dots, R_T$$

ใช้ current weights กับทุก scenario

$$L_s = -V_0 \mathbf{w}^T \mathbf{R}_s \quad s = 1, \dots, T$$

จากนั้นเรียง losses

$$L_{(1)} \leq \dots \leq L_{(T)}$$

และประมาณ quantile ที่ระดับ α

$$\widehat{\text{VaR}}_\alpha = \widehat{F}_L^{-1}(\alpha)$$

Historical ES คือค่าเฉลี่ยของ tail losses ตาม quantile convention ที่กำหนด ในตัวอย่างขนาดเล็ก quantile interpolation และการจัดการ observation ที่อยู่ตรง cutoff สามารถทำให้ VaR/ES ต่างกันได้ จึงควรบันทึก convention นี้ไว้ใน model specification

สำหรับพอร์ตเชิงเส้น การใช้ current weights กับ historical returns เป็นการ revalue ที่เพียงพอ แต่หากพอร์ตมี options หรือ payoff ไม่เชิงเส้น ควรนำ historical factor shocks ไป *full revaluation* หรือใช้ approximation ที่รวม gamma/vega มิฉะนั้น Historical Simulation อาจยังประเมิน tail ต่ำเกินจริงได้

ประเด็นที่ต้องระวัง

Historical Simulation ไม่สมมติ Normal distribution แต่ไม่ได้ปราศจากสมมติฐาน เพราะผลลัพธ์ขึ้นกับ sample window, stale prices, missing data, corporate actions, survivorship และความเป็นตัวแทนของ historical regimes

11.6 EWMA Covariance และ Conditional Risk

ในระดับพอร์ต EWMA สามารถอัปเดต covariance matrix เป็น

EWMA Covariance

โดย

$$\Sigma_t = \lambda \Sigma_{t-1} + (1 - \lambda) \mathbf{u}_{t-1} \mathbf{u}_{t-1}^T$$

$$0 < \lambda < 1$$

เมื่อ $\mathbf{u}_t$ เป็น return innovation ตาม mean convention ที่กำหนด

ทฤษฎีบท 11.1

ถ้า

$$\Sigma_{t-1} \succeq 0$$

และ

$$0 \leq \lambda \leq 1$$

แล้ว

$$\Sigma_t \succeq 0$$

พิสูจน์. สำหรับ $\mathbf{a}$ ใด ๆ

$$\mathbf{a}^T \Sigma_t \mathbf{a} = \lambda \mathbf{a}^T \Sigma_{t-1} \mathbf{a} + (1 - \lambda) (\mathbf{a}^T \mathbf{u}_{t-1})^2 \geq 0$$

□

Conditional portfolio variance คือ

$$\sigma_{p,t}^2 = \mathbf{w}_t^T \Sigma_t \mathbf{w}_t$$

น้ำหนักของ observation เก่าลดลงแบบเรขาคณิต ดังนั้น half-life โดยประมาณของน้ำหนักคือ

$$h_{1/2} = \frac{\ln(0.5)}{\ln(\lambda)}$$

ค่า λ ที่สูงทำให้โมเดลมีความจำยาวและตอบสนองช้ากว่า ขณะที่ค่า λ ที่ต่ำตอบสนองต่อ shock ใหม่เร็วกว่า แต่มี estimation noise มากขึ้น

ข้อสังเกต

EWMA ทำให้ covariance ตอบสนองต่อข้อมูลใหม่ แต่ไม่ได้แก้ heavy tails หรือ nonlinear dependence โดยอัตโนมัติ covariance dynamics กับ distributional assumptions เป็นคนละชั้นของแบบจำลอง

11.7 Marginal VaR และ Component VaR

พิจารณา delta-normal VaR ที่ละ mean term เพื่อเน้น risk contribution โดยมอง $\mathbf{w}$ เป็น exposure vector ที่สามารถ perturb ได้เฉพาะที่ การตีความ derivative นี้จึงเป็น local sensitivity ไม่ใช่การบังคับให้ผลรวมของน้ำหนักคงที่ระหว่างการหาอนุพันธ์

$$\mathcal{V}(\mathbf{w}) = V_0 z_\alpha \sqrt{\mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}}$$

Marginal VaR คือ

$$MVaR_i = \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial w_i} = V_0 z_\alpha \frac{(\Sigma \mathbf{w})_i}{\sigma_p}$$

Component VaR คือ

$$CVaR_i^{\text{comp}} = w_i MVaR_i$$

ทฤษฎีบท 11.2

ภายใต้ delta-normal homogeneous VaR

$$\sum_{i=1}^n CVaR_i^{\text{comp}} = \mathcal{V}(\mathbf{w})$$

พิสูจน์. จาก

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = \frac{(\Sigma \mathbf{w})_i}{\sigma_p}$$

จึงมี

$$\sum_i w_i \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial w_i} = V_0 z_\alpha \frac{\mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}}{\sigma_p} = V_0 z_\alpha \sigma_p$$

□

เมื่อ $\mathcal{V}(\mathbf{w}) > 0$ สามารถนิยามสัดส่วนความเสี่ยงของสินทรัพย์ i เป็น

$$RC_i^{\text{VaR}} = \frac{CVaR_i^{\text{comp}}}{\mathcal{V}(\mathbf{w})}, \quad \sum_i RC_i^{\text{VaR}} = 1$$

Component VaR บางตัวอาจติดลบได้หาก position นั้นช่วย hedge ความเสี่ยงรวมผ่าน covariance structure ดังนั้นเครื่องหมายลบไม่ได้แปลว่า position “ไม่มีความเสี่ยง” แต่แปลว่า ณ พอร์ตปัจจุบัน การเพิ่ม exposure เล็กน้อยช่วยลด VaR ในแบบจำลองนี้

ประเด็นที่ต้องระวัง

ตัวย่อ CVaR อาจหมายถึง Conditional Value at Risk ซึ่งมักใช้ในความหมายใกล้เคียง Expected Shortfall ดังนั้นในบทนี้จะเขียน Component VaR เต็มคำเมื่อมีโอกาสสับสน

11.8 Factor Risk Decomposition

ให้ factor model เป็น

$$R = Bf + \varepsilon$$

โดย

$$\text{Cov}(f) = F, \quad \text{Cov}(\varepsilon) = S, \quad \text{Cov}(f, \varepsilon) = 0$$

ภายใต้สมมติฐานว่า factor กับ idiosyncratic shocks ไม่สัมพันธ์กัน

$$\Sigma = BFB^T + S$$

portfolio factor exposure คือ

$$\beta_p = B^T w$$

และ portfolio variance คือ

$$\sigma_p^2 = w^T BFB^T w + w^T S w$$

หรือ

$$\sigma_p^2 = \beta_p^T F \beta_p + w^T S w$$

จึงแยก factor risk ออกจาก idiosyncratic risk ได้ ประโยชน์เชิงบริหารคือพอร์ตที่ดู diversified ตามจำนวนหลักทรัพย์อาจยังมี factor risk กระจุกตัว เช่น หุ้นหลายตัวอาจมี exposure ต่อ equity-market, duration หรือ FX factor ในทิศทางเดียวกัน

11.9 Concentration Risk

weight concentration สามารถวัดด้วย Herfindahl–Hirschman Index

$$HHI_w = \sum_{i=1}^n w_i^2$$

สำหรับ long-only fully invested portfolio

$$\frac{1}{n} \leq HHI_w \leq 1$$

และ effective number of positions คือ

$$N_{\text{eff}} = \frac{1}{HHI_w}$$

ทฤษฎีบท 11.3

สำหรับ long-only fully invested portfolio

$$HHI_w \geq \frac{1}{n}$$

พิสูจน์. จาก Cauchy-Schwarz

$$\left(\sum_i w_i \right)^2 \leq n \sum_i w_i^2$$

และ

$$\sum_i w_i = 1$$

จึงได้

$$1 \leq n HHI_w$$

□

ประเด็นที่ต้องระวัง

Weight concentration ไม่เท่ากับ risk concentration พอร์ตที่มีน้ำหนักกระจายเท่ากันอาจยังมี factor exposure กระจุกตัวสูงได้หากสินทรัพย์มีความสัมพันธ์กันมาก นอกจากนี้สูตร $1/n \leq HHI_w \leq 1$ และ $N_{\text{eff}} = 1/HHI_w$ มีความหมายตรงไปตรงมาสำหรับ long-only fully invested portfolio เท่านั้น สำหรับ long-short portfolio ควรพิจารณา gross exposure, factor concentration หรือ risk contributions เพิ่มเติม

11.10 Backtesting VaR

กำหนด exception indicator

$$I_t = 1\{L_t > \text{VaR}_{\alpha,t}\}$$

ถ้าแบบจำลอง calibrate ถูกต้องและนิยาม quantile/horizon สอดคล้องกัน

$$\mathbb{E}(I_t) \approx 1 - \alpha$$

สำหรับ distribution ต่อเนื่อง การใช้ $>$ หรือ $\geq$ แทบไม่ต่างกัน แต่ในข้อมูลไม่ต่อเนื่องหรือ historical quantile ที่มี ties ต้องกำหนด exception convention ให้ชัดเจน

11.10.1 Exception Rate และ Violation Ratio

ให้จำนวน exceptions เป็น

$$x = \sum_{t=1}^N I_t$$

exception rate และ Violation Ratio จึงเป็น

$$\hat{p} = \frac{x}{N}, \quad \boxed{VR = \frac{x}{N(1 - \alpha)}}$$

ค่าใกล้เคียงหนึ่งหมายถึงจำนวน exceptions ใกล้ค่าคาดหวัง แต่ VR ไม่ตรวจว่าเกิดการเกิด exceptions กระจุกตัวหรือไม่

11.10.2 Kupiec Unconditional Coverage Test

กำหนด

$$p_0 = 1 - \alpha$$

และ

$$\hat{p} = \frac{x}{N}$$

เมื่อ x คือจำนวน exceptions

Kupiec Test

$$LR_{uc} = -2 \ln \left[\frac{(1 - p_0)^{N-x} p_0^x}{(1 - \hat{p})^{N-x} \hat{p}^x} \right]$$

ภายใต้ H_0

$$LR_{uc} \overset{a}{\sim} \chi_1^2$$

Kupiec test ตรวจสอบ unconditional coverage [29] ในการคำนวณจริงต้องจัดการกรณี $x = 0$ หรือ $x = N$ ด้วย log-likelihood โดยใช้ limit convention ที่เหมาะสม แทนการประเมินรูป 0^0 โดยตรง

11.10.3 Christoffersen Independence Test

ให้ n_{ij} เป็นจำนวน transition

$$I_{t-1} = i \rightarrow I_t = j$$

เมื่อ $i, j \in \{0, 1\}$

กำหนด transition probabilities

$$\hat{\pi}_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}, \quad \hat{\pi}_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}, \quad \hat{\pi} = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}}$$

ถ้า exceptions เป็นอิสระ ความน่าจะเป็นที่จะเกิด exception ในงวดถัดไปไม่ควรขึ้นกับว่างวดก่อนหน้าเป็น exception หรือไม่ กล่าวคือควรมี $\pi_{01} = \pi_{11}$

likelihood ภายใต้ independence และ first-order Markov alternative เขียนได้เป็น

$$L_0 = (1 - \hat{\pi})^{n_{00}+n_{10}} \hat{\pi}^{n_{01}+n_{11}},$$

$$L_1 = (1 - \hat{\pi}_{01})^{n_{00}} \hat{\pi}_{01}^{n_{01}} (1 - \hat{\pi}_{11})^{n_{10}} \hat{\pi}_{11}^{n_{11}}$$

จึงได้

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{L_0}{L_1} \right) \stackrel{a}{\sim} \chi_1^2$$

และ Christoffersen conditional coverage statistic คือ

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} \stackrel{a}{\sim} \chi_2^2$$

[15]

ข้อสังเกต

แบบจำลองอาจผ่าน coverage แต่ไม่ผ่าน independence ถ้าจำนวน exceptions รวมถูกต้องแต่ exceptions กระจุกตัวในช่วงวิกฤต การผ่าน VaR backtest ก็ยังไม่ใช่หลักฐานโดยตรงว่า ES ถูก calibrate เพราะ exception tests ตรวจสอบตำแหน่ง quantile เป็นหลัก ขณะที่ ES ต้องประเมินขนาดความเสียหายใน tail เพิ่มเติมหรือใช้ joint VaR-ES validation ที่เหมาะสม

11.11 Three-Zone และ Model Governance

จำนวน exceptions สามารถเทียบกับ

$$K \sim \text{Binomial}(N, 1 - \alpha)$$

โดย

$$\Pr(K \leq k) = \sum_{j=0}^k \binom{N}{j} (1 - \alpha)^j \alpha^{N-j}$$

แนวคิด zone classification ช่วยแปลงจำนวน exceptions เป็น escalation framework แต่ threshold ต้องระบุให้ตรงกับ confidence level, จำนวน observations และ framework ที่ใช้อ้างอิง ไม่ควรนำ cutoff จากการทดสอบชุดหนึ่งไปใช้กับอีกชุดโดยอัตโนมัติ ในเชิงคณิตศาสตร์สามารถกำหนดเขตจาก tail probability ของ Binomial distribution แล้วเชื่อมแต่ละเขตกับระดับการ review, model override หรือ capital/risk-limit action ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า

งานเชิงประจักษ์ของผู้เขียนเปรียบเทียบ Normal EWMA กับ Historical Simulation และใช้ Violation Ratio, Three-Zone และการตรวจ tail loss เพื่อประเมินแบบจำลอง [71]

จากงานวิจัยสู่การประยุกต์: หลักการอ่านผลการทดสอบย้อนหลัง

ผลจากตัวอย่างหุ้นหรือช่วงเวลาในอดีตควรถูกใช้เป็นกรณีศึกษาของ model validation ไม่ใช่การจัดอันดับความเสี่ยงปัจจุบัน
สิ่งที่ควรนำไปใช้ต่อคือกระบวนการ

Forecast → Realized Loss → Exception
→ Statistical Test → Model Review

11.12 Stress Testing

VaR และ ES เป็น distribution-based risk measures ขณะที่ stress testing ตั้งคำถามว่า

ถ้า shock รุนแรงเกิดขึ้น พอร์ตจะเสียหายเท่าไร

11.12.1 Historical Stress

นำ shock vector จากเหตุการณ์จริง

$$\Delta \mathbf{x}^{(s)}$$

มาใช้กับ exposures ปัจจุบัน

11.12.2 Hypothetical Stress

สร้าง scenario จาก economic narrative เช่น

$$\text{Equity} = -20\%$$

$$\Delta y = +150 \text{ bp}$$

$$\text{FX shock} = +10\%$$

และ

$$\text{Credit spread} = +200 \text{ bp}$$

11.12.3 Linear Stress Loss

ถ้า $\mathbf{e}$ เป็น exposure vector และ $\Delta \mathbf{x}$ เป็น factor shocks การเปลี่ยนมูลค่าพอร์ตโดยประมาณคือ

$$\Delta V \approx \mathbf{e}^T \Delta \mathbf{x}$$

ภายใต้ loss convention ของบทนี้ stress loss จึงต้องกลับเครื่องหมายเป็น

$$L^{\text{stress}} \approx -\mathbf{e}^T \Delta \mathbf{x}$$

สำหรับ nonlinear instruments ควรเพิ่ม second-order terms เช่น delta-gamma approximation

$$\Delta V \approx \Delta^T \Delta S + \frac{1}{2} \Delta S^T \Gamma \Delta S + \nu^T \Delta \sigma$$

เมื่อ scenario มี volatility shock ด้วย และยังคงใช้ $L^{\text{stress}} = -\Delta V$ เพื่อรักษา sign convention ให้สอดคล้องกับ VaR/ES

11.12.4 Reverse Stress Testing

กำหนด loss threshold L^* ก่อน แล้วถามว่า scenario ใดทำให้

$$L(\Delta \mathbf{x}) \geq L^*$$

บทนิยาม 11.5

Reverse stress testing เริ่มจาก “ความล้มเหลวหรือความเสียหายที่ไม่ยอมรับ” แล้วค้นหา scenario ที่นำไปสู่จุดนั้น จึงช่วยเปิดเผย vulnerability ที่อาจไม่อยู่ใน historical scenario library

หากมีมาตรวัด ความรุนแรง หรือ ความเป็นไปได้ ของ scenario เช่น $d(\Delta \mathbf{x})$ ปัญหาสามารถเขียนเชิง optimization ได้เป็น

$$\min_{\Delta \mathbf{x}} d(\Delta \mathbf{x}) \quad \text{s.t.} \quad L(\Delta \mathbf{x}) \geq L^*$$

ซึ่งช่วยตอบคำถามว่า “scenario ที่ใกล้เคียงปกติที่สุดแต่ยังทำให้พอร์ตเสียหายเกินระดับวิกฤตคืออะไร”

11.13 Correlation Stress และ Diversification Breakdown

ในช่วงวิกฤต correlations อาจสูงขึ้นพร้อมกัน วิธี stress ที่รักษาโครงสร้าง correlation matrix ได้โดยตรงคือตั้งเมทริกซ์เดิมเข้าหา perfect-correlation matrix

$$P^{\text{stress}} = (1 - \eta)P + \eta \mathbf{1}\mathbf{1}^T, \quad 0 \leq \eta \leq 1$$

ดังนั้นสำหรับ $i \neq j$

$$\rho_{ij}^{\text{stress}} = (1 - \eta)\rho_{ij} + \eta$$

และ diagonal ยังคงเท่ากับหนึ่ง เนื่องจากทั้ง P และ $\mathbf{1}\mathbf{1}^T$ เป็น positive semidefinite เมทริกซ์ P^{stress} จึงเป็น PSD เช่นกันภายใต้การผสมแบบ convex นี้

จากนั้นสร้างและคำนวณ

$$\Sigma^{\text{stress}} = D_\sigma P^{\text{stress}} D_\sigma, \quad \sigma_{p,\text{stress}} = \sqrt{\mathbf{w}^T \Sigma^{\text{stress}} \mathbf{w}}$$

ประเด็นที่ต้องระวัง

ข้อสรุปเรื่อง PSD ข้างต้นใช้กับ stress construction แบบ convex blend นี้โดยเฉพาะ หากปรับ correlation รายคู่แบบ ad hoc หรือกำหนด shock ต่างกันแต่ละคู่ ต้องตรวจสอบ symmetry, diagonal และ positive semidefiniteness ใหม่ก่อนนำไปใช้

11.14 Liquidity Risk

Market-risk number ที่คำนวณจากราคากลางอาจต่ำกว่าความเสียหายจริงเมื่อพอร์ตต้องขายในตลาดที่สภาพคล่องต่ำ

ให้มูลค่าสถานะของสินทรัพย์ i เป็น V_i^{pos} และ Average Daily Value Traded เป็น ADV_i ซึ่งอยู่ในหน่วยเงินเดียวกัน days-to-liquidate approximation คือ

$$DTL_i = \frac{|V_i^{\text{pos}}|}{\kappa_i ADV_i}, \quad 0 < \kappa_i \leq 1$$

เมื่อ κ_i เป็น participation rate ที่ยอมรับได้ หากใช้จำนวนหุ้นแทนมูลค่า ต้องเปลี่ยนทั้งตัวเศษและ ADV ให้อยู่ในหน่วยจำนวนหุ้นเช่นเดียวกันเพื่อรักษา dimensional consistency

simple liquidity-adjusted loss สามารถเขียนเป็น

$$L_i^{\text{liq}} = L_i^{\text{mkt}} + C_i^{\text{spread}} + C_i^{\text{impact}}$$

ประเด็นที่ต้องระวัง

DTL_i เป็น capacity approximation ไม่ใช่คำรับประกันว่าจะขายได้ครบภายในจำนวนวันดังกล่าว เพราะ ADV , spread และ market depth สามารถลดลงพร้อมกันในภาวะ stress การคูณ one-day VaR ด้วย $\sqrt{h}$ เพื่อสร้าง multi-day VaR ก็อาศัยสมมติฐาน scaling ที่อาจไม่เหมาะสมเมื่อ volatility เปลี่ยนตามเวลา returns มี serial dependence หรือ liquidation itself มี market impact

11.15 Drawdown Risk และ Path Dependence

ให้ wealth process เป็น

$$W_t$$

running peak คือ

$$M_t = \max_{0 \leq s \leq t} W_s$$

drawdown คือ

$$DD_t = 1 - \frac{W_t}{M_t}$$

และ Maximum Drawdown

$$MDD = \max_t DD_t$$

VaR เป็น distributional measure ที่ horizon หนึ่ง ส่วน drawdown เป็น path-dependent measure จึงตอบคำถามคนละชนิด พอร์ตสองพอร์ตอาจมี one-day VaR ใกล้กันแต่มี MDD ต่างกันมาก หากพอร์ตหนึ่งเกิดการขาดทุนต่อเนื่องหลายงวด นอกจากนี้ MDD ไม่บอกระยะเวลาที่ใช้ฟื้นกลับสู่จุดสูงสุดเดิม จึงควรพิจารณา drawdown duration ควบคู่เมื่อประเมินความเสี่ยงต่อเป้าหมายระยะยาว

11.16 การ Hedge ด้วย Index Futures

ให้ equity portfolio value เป็น V_P และ portfolio beta เทียบ index เป็น β_P

ถ้า futures contract มีราคา F_0 และ multiplier q

notional ต่อสัญญาคือ

$$V_F = F_0 q$$

ให้ β_F เป็น beta ต่อ notional ของ futures เทียบกับดัชนีเดียวกัน ซึ่งโดยประมาณมักใกล้เคียงหนึ่ง หากนิยามจำนวนสัญญาแบบมีเครื่องหมาย โดย $N_F > 0$ หมายถึง long และ $N_F < 0$ หมายถึง short จำนวนสัญญาที่ทำให้ beta เข้าใกล้เป้าหมาย β^* คือ

Beta Hedge

$$N_F^{\text{signed}} = \frac{(\beta^* - \beta_P)V_P}{\beta_F F_0 q}$$

สูตรนี้ทำให้ทิศทาง hedge ชัดเจน: ถ้า $\beta^* < \beta_P$ จะได้ $N_F^{\text{signed}} < 0$ และต้อง short futures ส่วนการ

เพิ่ม beta จะใช้ long futures

ตัวอย่าง 11.2. พอร์ตหุ้นมูลค่า

$$V_P = 50,000,000$$

มี

$$\beta_P = 1.20$$

ต้องการลดเป็น

$$\beta^* = 0.30$$

ถ้า futures price เท่ากับ 900 และ multiplier เท่ากับ 200 บาทต่อจุด

$$F_0q = 180,000$$

สมมติ $\beta_F \approx 1$ จะได้

$$N_F^{\text{signed}} = \frac{(0.30 - 1.20)50,000,000}{180,000} = -250$$

จึงต้องใช้ short futures ประมาณ 250 สัญญา หลังปิดจำนวนสัญญาเป็นจำนวนเต็มควรคำนวณ residual beta ใหม่ เพราะ hedge ที่ทำได้จริงอาจไม่ตรงเป้าหมายพอดี

ประเด็นที่ต้องระวัง

Beta hedge ไม่ได้กำจัด basis risk, tracking error, nonlinear exposure, liquidity risk หรือการเปลี่ยนแปลงของ beta และ notional ของ futures เปลี่ยนตามราคา จึงต้องติดตาม residual exposure หลังการ hedge ไม่ใช่คำนวณเพียงครั้งเดียวแล้วถือว่าความเสี่ยงถูกล็อกถาวร

11.17 Minimum-Variance Hedge Ratio

ให้ ΔS เป็นการเปลี่ยนแปลงของ spot exposure และ ΔF เป็นการเปลี่ยนแปลงของ futures

hedged change คือ

$$\Delta H = \Delta S - h\Delta F$$

ความแปรปรวนคือ

$$\text{Var}(\Delta H) = \sigma_S^2 + h^2\sigma_F^2 - 2h\sigma_{SF}$$

หาอนุพันธ์ตาม h

$$\frac{\partial}{\partial h} \text{Var}(\Delta H) = 2h\sigma_F^2 - 2\sigma_{SF}$$

ตั้งเท่ากับศูนย์ และสังเกตว่าอนุพันธ์อันดับสองเท่ากับ $2\sigma_F^2 > 0$ เมื่อ $\sigma_F^2 > 0$ จึงเป็นจุดต่ำสุด จะได้

ทฤษฎีบท 11.4

Minimum-variance hedge ratio คือ

$$h^* = \frac{\text{Cov}(\Delta S, \Delta F)}{\text{Var}(\Delta F)} = \rho_{SF} \frac{\sigma_S}{\sigma_F}$$

จำนวนสัญญาจึงต้องปรับด้วย hedge ratio และขนาด exposure ที่เกี่ยวข้อง หาก h^* ประมาณจากการเปลี่ยนแปลงราคาที่มีหน่วยเดียวกัน จำนวนสัญญาโดยทั่วไปมีรูป $N^* = h^*(Q_S/Q_F)$ เมื่อ Q_S และ Q_F คือขนาดหน่วยของ spot exposure และ futures contract ตามลำดับ หากใช้ returns แทน price changes ต้องตีความ h^* เป็น notional hedge ratio และตรวจหน่วยให้สอดคล้องก่อนแปลงเป็นจำนวนสัญญา

11.18 Protective Put

สำหรับสินทรัพย์หนึ่งหน่วยและ put หนึ่งหน่วยที่ strike K

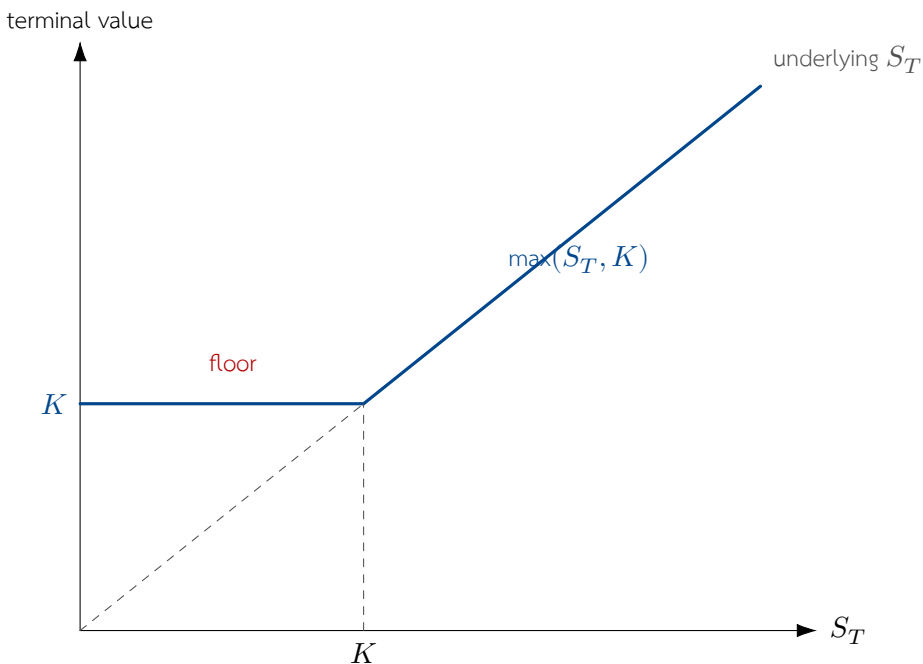
terminal payoff ก่อนหัก premium คือ

$$S_T + (K - S_T)^+$$

ดังนั้น

$$S_T + (K - S_T)^+ = \max(S_T, K)$$

จึงสร้าง terminal asset-value floor ที่ K ก่อนพิจารณา option premium และ financing cost อย่างไรก็ตาม “floor ของมูลค่าปลายงวด” ไม่เท่ากับ “floor ของกำไรสุทธิ” เพราะผู้ลงทุนต้องจ่าย premium ตั้งแต่ต้น และอาจมีต้นทุนเงินทุน ดังนั้นการเปรียบเทียบกับกลยุทธ์ไม่ hedge ต้องใช้ต้นทุนเริ่มต้นทั้งหมดในฐานเดียวกัน



รูปที่ 11.2: Protective put สร้าง floor ของมูลค่าปลายงวดที่ K ก่อนหัก option premium และ financing cost

11.19 Delta, Gamma และ Vega Limits

สำหรับ option portfolio สามารถวัด local sensitivities หลักได้เป็น

$$\Delta_P = \frac{\partial V}{\partial S}, \quad \Gamma_P = \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}, \quad \nu_P = \frac{\partial V}{\partial \sigma}$$

ถ้า hedge instrument หนึ่งหน่วยมี delta Δ_H

จำนวนหน่วยสำหรับ local delta-neutral hedge คือ

$$n_H = -\frac{\Delta_P}{\Delta_H}$$

แต่ delta เปลี่ยนตามราคา เวลา และ volatility จึงต้องพิจารณา re-hedging cost, gamma, vega และ liquidity การกำหนด limit จึงอาจเขียนในรูป $|\Delta_P| \leq L_\Delta$, $|\Gamma_P| \leq L_\Gamma$ และ $|\nu_P| \leq L_\nu$ โดยต้องระบุหน่วยและ shock size ที่ใช้ตีความ Greek แต่ละตัว

การ hedge แบบไม่ต่อเนื่องยังมี *gap risk* ระหว่างเวลาที่ปรับ hedge เพราะราคาสามารถกระโดดหรือเคลื่อนมากก่อนทำธุรกรรมรอบถัดไปได้ ดังนั้น delta-neutral ณ เวลา t ไม่ได้หมายความว่าพอร์ตปลอดความเสี่ยงตลอดช่วง $[t, t + 1]$

จากงานวิจัยสู่การประยุกต์: Parameter Uncertainty และ Hedging Range

สำหรับ derivative models ที่ parameters ไม่ทราบแน่นอน การรายงาน point Greek เพียงค่าเดียว อาจให้ความมั่นใจมากเกินไป แนวคิด robust หรือ ambiguity-aware hedging สามารถรายงาน

$$\Delta \in [\Delta_L, \Delta_U]$$

และ

$$\text{VaR} \in [\text{VaR}_L, \text{VaR}_U]$$

แล้วออกแบบ hedge ที่ยังยอมรับได้ภายใต้ช่วง parameter uncertainty

11.20 Basis Risk และ Hedge Effectiveness

ถ้า spot กับ hedge instrument ไม่เคลื่อนไหวเหมือนกันทั้งหมด residual risk หลัง hedge คือ

$$\text{Var}(\Delta S - h\Delta F)$$

ที่ $h = h^*$ จะได้

$$\text{Var}(\Delta H^*) = \sigma_S^2 (1 - \rho_{SF}^2)$$

ดังนั้นภายใต้ simplified two-variable variance framework

$$HE = 1 - \frac{\text{Var}(\Delta H^*)}{\text{Var}(\Delta S)} = \rho_{SF}^2$$

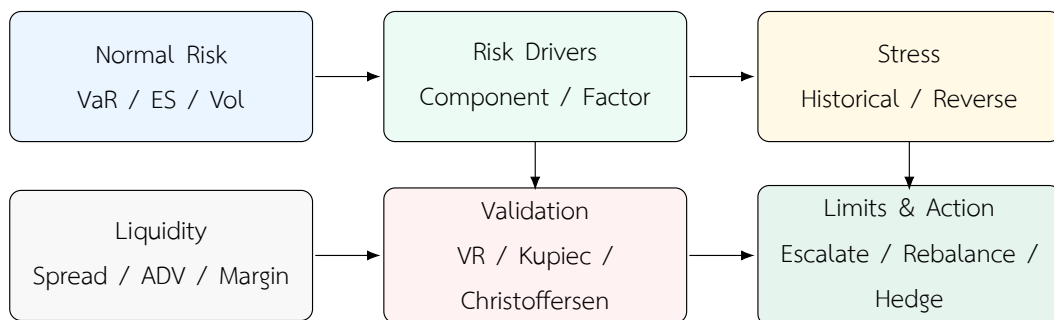
ข้อสังเกต

ผล $HE = \rho^2$ ใ้กับ minimum-variance linear hedge ภายใต้สมมติฐานของแบบจำลองนี้ ไม่ใช่กฎสากลสำหรับ hedge ทุกชนิด เมื่อ $|\rho| = 1$ residual variance เป็นศูนย์ในแบบจำลองเชิงเส้นนี้ แต่ในโลกจริงยังอาจเหลือ liquidity, rollover, discrete-hedging และ model risk

11.21 Risk Dashboard และ Escalation

risk dashboard ที่มีประโยชน์ควรตอบอย่างน้อยหกคำถาม

1. พอร์ตเสี่ยงเท่าไรภายใต้ normal conditions
2. อะไรเป็นตัวขับเคลื่อนความเสี่ยง
3. ถ้าเกิด stress จะเสียเท่าไร
4. position สามารถขายหรือ hedge ได้จริงหรือไม่
5. risk model ยัง calibrate ดีหรือไม่
6. เมื่อ limit ถูก breach ต้องดำเนินการอะไร



รูปที่ 11.3: Risk dashboard ที่เชื่อมระดับความเสี่ยง ตัวชี้ความเสี่ยง stress สภาพคล่อง การตรวจสอบโมเดล และ action ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า

Dashboard ที่ดีควรแสดงทั้ง *value, limit, headroom, trend, as-of time* และผู้รับผิดชอบ action เมื่อเกิด breach การแสดงตัวเลขจำนวนมากโดยไม่ระบุ threshold หรือ owner อาจเพิ่มข้อมูลแต่ไม่ได้เพิ่มคุณภาพการควบคุมความเสี่ยง

11.22 Model Risk และ Data Governance

Risk engine มีอย่างน้อยสี่ชั้นของความเสี่ยง

1. **Data risk** เช่น missing data, stale prices และ incorrect corporate-action adjustment
2. **Estimation risk** เช่น covariance และ tail quantiles ที่ไม่เสถียร
3. **Model risk** เช่น Normal assumption หรือ linear exposure ที่ไม่เหมาะสม
4. **Implementation risk** เช่น wrong position sign, multiplier, currency conversion หรือ timestamp

Point-in-Time Risk Data

สำหรับทุก risk report ควรบันทึก

position timestamp

market-data timestamp

model version

parameter version

confidence level and horizon

currency and unit

เพื่อให้สามารถ reproduce risk number ที่รายงานในอดีตได้

11.23 Investment Lab: Portfolio Risk Engine

Investment Lab: Excel: Daily Risk Ticket

สร้าง workbook อย่างน้อย 7 sheets

1. Positions
2. Returns
3. VaR-ES
4. Contributions
5. Backtest
6. Stress-Liquidity
7. Hedge

แยก hardcoded assumptions ออกจาก formulas และตรวจ position date, confidence level, horizon, covariance convention, risk limits และ hedge multipliers

Investment Lab: Python: Portfolio Risk Management Engine

สร้างหรือปรับโมดูลให้มีฟังก์ชันอย่างน้อย

- `portfolio_loss(returns, weights, value)`
- `historical_var_es(losses, alpha)`

- `normal_var_es(mu, sigma, value, alpha)`
- `ewma_covariance(returns, lambda)`
- `component_var(weights, cov, value, alpha)`
- `kupiec_test(exceptions, alpha)`
- `christoffersen_test(exceptions)`
- `stress_loss(exposures, shocks)`
- `days_to_liquidate(position, adv, participation)`
- `futures_hedge_contracts(...)`
- `minimum_variance_hedge_ratio(...)`

unit tests ควรตรวจ sign convention, VaR/ES ordering, EWMA PSD, Euler decomposition, exception counting, transition counts, futures multiplier และ absence of look-ahead

11.24 Rolling Validation และ Model Comparison

สำหรับ forecast ที่เวลา t

$$\widehat{\text{VaR}}_{\alpha, t+1} = g(\mathcal{D}_t)$$

โดย $\mathcal{D}_t$ ต้องมีเฉพาะข้อมูลที่ทราบ ณ เวลา t

หลังจากนั้นจึงสังเกต

$$L_{t+1}$$

และสร้าง

$$I_{t+1} = 1\{L_{t+1} > \widehat{\text{VaR}}_{\alpha, t+1}\}$$

กระบวนการนี้ทำซ้ำแบบ rolling

$$\mathcal{D}_t \rightarrow \widehat{\text{VaR}}_{t+1} \rightarrow L_{t+1} \rightarrow I_{t+1} \rightarrow \text{validation}$$

การเปรียบเทียบโมเดลไม่ควรดูเพียงจำนวน exceptions แต่ควรพิจารณา coverage, independence, ขนาด tail

loss เมื่อเกิด exception, responsiveness ต่อ regime ใหม่, numerical stability และความซับซ้อนของโมเดล ร่วมกัน สำหรับ horizon หลายวัน หากใช้ overlapping forecasts ลำดับ exceptions อาจมี dependence เชิง โครงสร้างเพิ่มขึ้น จึงต้องเลือกวิธีทดสอบให้สอดคล้องกับ sampling scheme

ประเด็นที่ต้องระวัง

การประมาณโมเดลด้วยข้อมูลที่รวมวันที่กำลังทดสอบอยู่ทำให้เกิด look-ahead bias และทำให้ backtest ไม่ใช่การประเมิน forecast จริง

11.25 สะพานสู่การประเมินผลการบริหารพอร์ต

การลด VaR หรือ drawdown ไม่ใช่เป้าหมายสุดท้ายเสมอไป เพราะการ hedge และการลด exposure มีต้นทุน และอาจลด expected return

ดังนั้นหลังจากวัดและควบคุมความเสี่ยงแล้ว ต้องถามต่อว่า portfolio manager สร้างผลตอบแทนได้คุ้มกับ ความเสี่ยงที่รับหรือไม่ ซึ่งนำไปสู่บทที่ 12

บทสรุปท้ายบท

Portfolio Risk Management ไม่ใช่การคำนวณ VaR เพียงตัวเลขเดียว แต่เป็นวงจร

Measure → Decompose/Stress → Validate → Limit → Act → Review

สำหรับ loss variable

$$L = -V_0 R_p$$

VaR เป็น quantile ของ loss distribution ขณะที่ Expected Shortfall วัดความเสียหายเฉลี่ยใน tail ภายใต้นormal model

$$\text{VaR}_\alpha = V_0(z_\alpha \sigma_p - \mu_p)$$

และ

$$ES_\alpha = V_0 \left[-\mu_p + \sigma_p \frac{\phi(z_\alpha)}{1 - \alpha} \right]$$

Component VaR ช่วยแยก risk budget และภายใต้ homogeneous delta-normal formulation มี Euler decomposition

$$\sum_i CVaR_i^{\text{comp}} = \text{VaR}$$

VaR model ต้องถูก backtest ทั้ง coverage และ independence ด้วยเครื่องมือ เช่น Kupiec และ Christoffersen tests

Stress testing, concentration, liquidity และ drawdown เดิมมิติที่ VaR/ES ไม่ครอบคลุมทั้งหมด

การ hedge ด้วย futures สามารถควบคุม beta exposure และ minimum-variance hedge ratio คือ

$$h^* = \frac{\text{Cov}(\Delta S, \Delta F)}{\text{Var}(\Delta F)}$$

Protective put เปลี่ยน downside payoff เป็น floor แต่มี premium และ model/market frictions

risk dashboard ที่ดีต้องเชื่อม risk numbers เข้ากับ limits, escalation, rebalancing และ hedging actions พร้อมเก็บ point-in-time data เพื่อ audit และ reproduce ผลได้

คำศัพท์สำคัญ

- Risk Capacity
- Risk Tolerance
- Risk Appetite
- Risk Limit
- Loss Variable
- Value at Risk
- Expected Shortfall
- Historical Simulation
- EWMA
- Marginal VaR
- Component VaR
- Euler Decomposition
- Factor Risk
- Idiosyncratic Risk
- Concentration Risk
- Effective Positions

- Exception
- Violation Ratio
- Kupiec Test
- Christoffersen Test
- Conditional Coverage
- Stress Testing
- Reverse Stress Testing
- Correlation Stress
- Liquidity Risk
- Days to Liquidate
- Maximum Drawdown
- Beta Hedge
- Hedge Ratio
- Basis Risk
- Protective Put
- Delta Hedge
- Gap Risk
- Model Risk
- Risk Dashboard

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. อธิบายความแตกต่างระหว่าง risk measurement กับ risk management
2. แยก risk capacity, risk tolerance, risk appetite และ risk limit
3. ให้พอร์ตมูลค่า 20 ล้านบาท มี $\mu_p = 0.03\%$ และ $\sigma_p = 1.5\%$ จงหา Normal VaR 95% และ 99%
4. ใช้ข้อมูลข้อก่อนหน้าคำนวณ Normal ES 95% และ 99%
5. อธิบายเหตุผลที่ ES ไม่ควรต่ำกว่า VaR ภายใต้ loss convention และ continuous tail setting
6. สร้าง Historical Simulation VaR จาก loss observations 250 ค่า
7. อธิบายผลของ quantile interpolation rule ต่อ Historical VaR
8. พิสูจน์ว่า EWMA covariance recursion รักษา PSD
9. เปรียบเทียบผลของ $\lambda = 0.94$ กับ $\lambda = 0.99$ ต่อ responsiveness ของ EWMA
10. หา Marginal VaR และ Component VaR ของพอร์ตสามสินทรัพย์จาก covariance matrix ที่กำหนด
11. พิสูจน์ Euler decomposition ของ delta-normal VaR
12. อธิบายว่าทำไม Component VaR ของบาง position จึงอาจติดลบ
13. จาก factor covariance F , loadings B และ idiosyncratic covariance S จงสร้าง total covariance matrix
14. พิสูจน์ $HHI_w \geq 1/n$ สำหรับ long-only fully invested portfolio
15. คำนวณ effective number of positions ของพอร์ต 40/30/20/10
16. ให้ VaR 99% backtest 500 วันและมี exceptions 9 ครั้ง จงหา Violation Ratio
17. อธิบายความแตกต่างระหว่าง exception rate กับ independence

18. เขียน likelihood ของ Kupiec unconditional coverage test
19. สร้าง transition counts $n_{00}, n_{01}, n_{10}, n_{11}$ จาก exception sequence ที่กำหนด
20. อธิบายเหตุผลที่แบบจำลองอาจผ่าน Kupiec แต่ไม่ผ่าน Christoffersen
21. สร้าง historical stress scenario สำหรับพอร์ตหุ้น ตราสารหนี้ และ FX
22. สร้าง hypothetical stress scenario ที่มี equity, yield, FX และ spread shocks พร้อมกัน
23. อธิบาย reverse stress testing และกำหนด loss threshold ที่เหมาะสมกับตัวอย่างหนึ่ง
24. สร้าง correlation-stress matrix และตรวจ PSD
25. คำนวณ days to liquidate จาก position value, ADV และ participation rate
26. เปรียบเทียบ VaR กับ Maximum Drawdown ว่าตอบคำถามต่างกันอย่างไร
27. คำนวณจำนวน index futures contracts เพื่อเปลี่ยน beta จาก 1.1 เป็น 0.4
28. พิสูจน์ minimum-variance hedge ratio
29. พิสูจน์ว่า minimum residual variance ใน simplified hedge model เท่ากับ $\sigma_S^2(1 - \rho_{SF}^2)$
30. ออกแบบ rolling VaR backtest ที่ไม่มี look-ahead bias และมี model-escalation rule

คำถามชวนคิด

1. ถ้า VaR model ผ่าน backtest แต่ stress loss สูงเกิน risk capacity ควรถือว่า model ใช้งานได้หรือไม่
2. การ hedge ที่ลด VaR แต่เพิ่ม liquidity risk ถือว่าลดความเสี่ยงจริงหรือเพียงย้ายความเสี่ยง
3. ถ้า exceptions เกิดเฉพาะช่วงวิกฤต แบบจำลองที่มี coverage ถูกต้องโดยรวมยังเพียงพอหรือไม่
4. Risk dashboard ควรมีตัวเลขมากที่สุดหรือควรมีเฉพาะตัวเลขที่เชื่อมกับ action
5. ในพอร์ตที่มี options เหตุใด delta-normal VaR จึงอาจให้ภาพ downside ที่ไม่สมบูรณ์
6. หาก risk model และ portfolio optimizer ใช้ covariance model คนละชุด จะเกิดปัญหา governance อย่างไร

เอกสารอ้างอิงท้ายบทที่ 11

- [3] Philippe Artzner, Freddy Delbaen, Jean-Marc Eber, and David Heath. “Coherent Measures of Risk”. In: *Mathematical Finance* 9.3 (1999), pp. 203–228.
- [15] Peter F. Christoffersen. “Evaluating Interval Forecasts”. In: *International Economic Review* 39.4 (1998), pp. 841–862.

- [29] Paul H. Kupiec. “Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models”. In: *The Journal of Derivatives* 3.2 (1995), pp. 73–84.
- [41] R. Tyrrell Rockafellar and Stanislav Uryasev. “Optimization of Conditional Value-at-Risk”. In: *The Journal of Risk* 2.3 (2000), pp. 21–41.
- [71] Wichai Witayakiattilerd, Natthaphon Reunprot, Wachirada Limpanawannakul, and Jirawan Phuphon. “Analyzing Stock Performance in the Banking Sector: Unveiling Value-at-Risk and Conditional Value-at-Risk Strategies”. In: *Thailand Statistician* 22.4 (2024), pp. 877–893.

Part V

การประเมินผล ผลิตรภัณฑ์ และการลงทุนเชิงปริมาณ

